

# 23-215-12 心理測定のための数学的道具

前川眞一

mayekawa@nifty.com

1

時間割コード	23-215-12	単位数	2	学 期	S1S2
担当教員	前川 眞一				
授業科目	教育情報科学特殊研究				
講義題目	心理測定のための数学的道具 Mathematical Tools for Psychometrics				

授業の目標・概要	心理測定学 (psychometrics) を学ぶ際に必要となる数学的道具 (総和記号や行列演算等) を習得する。
授業計画	1 イントロダクション a 心理測定学における数学的道具の利用 2 総和記号演算 a 定義 b 演算規則 c 総和記号を含む関数の微分 3 行列演算 a 定義と行列の種類 b 行列の四則演算規則 c 総和記号との関係 d その他の行列、その他の演算規則 4 その他の話題 a 行列の階数 b 逆行列と Sweep 演算子 c 固有値・固有ベクトル・特異値分解 d 関数の微分 e 線型モデル
授業の方法	主に講義を中心に授業を進めるが、パソコンによる演習も行う。
成績評価方法	選択入力 / Select Input
教科書	無し
履修上の注意・備考	無し
その他	
関連ホームページ	<a href="http://mayekawa.in.coocan.jp/titech/docs/docs.html">http://mayekawa.in.coocan.jp/titech/docs/docs.html</a>
オンライン授業 URL	

本 研 究 科 他 コー ス 学 生	履 修 可
本 学 他 研 究 科 学 生	履 修 可
他 大 学 生 (特 別 聴 講 学 生 等)	履 修 可

2

# 授業内容

- 1 イントロダクション
  - a 心理測定学における数学的道具の利用
  - b 最小2乗法によるモデルの当てはめ \*
- 2 総和記号演算
  - a 定義
  - b 演算規則
  - c 総和記号を含む関数の微分
- 3 行列演算
  - a 定義と行列の種類
  - b 行列の四則演算規則
  - c 総和記号との関係
  - d その他の行列、その他の演算規則
- 4 その他の話題
  - a 行列の階数
  - b 逆行列と Sweep 演算子
  - c 固有値・固有ベクトル・特異値分解
  - d 関数の微分
  - e 線型モデル

3

# 心理学と数学

- 精神物理学 (Psychophysics): (心理物理学)
  - Weber/Fechner の法則 (微分方程式、確率分布)
  - 尺度構成: Thurstone, Torgerson
- 知能理論: Galton, Binet, Thurstone (線形代数、確率分布、関数の最適化)
  - テスト理論: Cronbach, Guilford, Lord
- 認知心理: Hebb, Connectionist (微分方程式)
  - 数理心理学 mathematical psychology
- 統計学の手法として進化
  - 計量心理学 psychometrics
  - 心理・教育測定 educational and psychological measurement

4

# Weber の法則

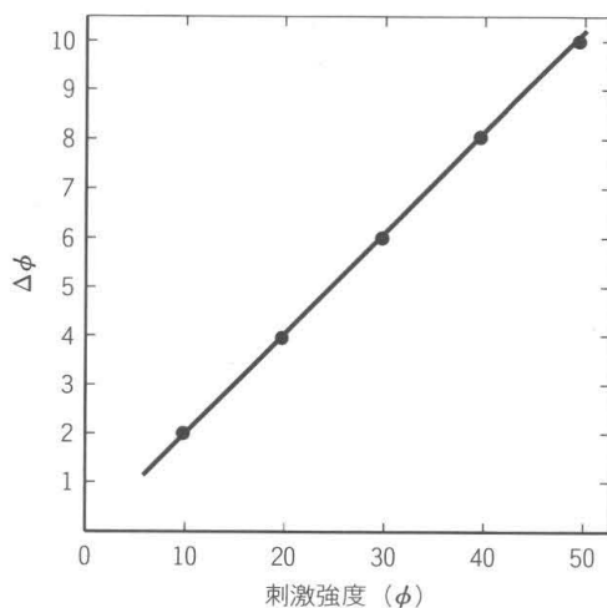
- 物理量  $\phi$  (刺激) と心理量  $\psi$  (感覚) の関係
  - 絶対閾or刺激閾：感覚を生じさせる最小の刺激
  - 弁別閾：感覚の変化を生じる最小の刺激の変化  $\Delta\phi$
  - 丁度可知差異：最小の感覚の変化
- Weber の法則

$$\Delta\phi = c\phi \quad \text{もしくは} \quad \Delta\phi/\phi = c$$

- 弁別閾の大きさは刺激量に比例する。  
一定の感覚量の変化を引き起こすための刺激量は元の刺激量に比例する。10 → 12, 20 → 24
- $c$  は Weber 比と呼ばれ、感覚ごとに異なる。

5

# Weber の法則



横軸：物理量  
刺激の強度

縦軸：弁別閾  
刺激が増加したと感じられる  
最小の物理量の増分

$\phi = 10$  の時は  $\phi = 12$  となって  
初めて増加を感じる。

$\phi = 20$  の時は  $\phi = 24$  となって  
初めて増加を感じる。

$$c = 0.2$$

◆ 図1-1 Weber の法則に基づく  $\phi$  と  $\Delta\phi$  の関係

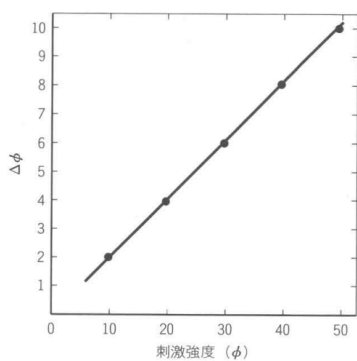
6

# 物理量と心理量の関係

- 弁別閾  $\Delta\phi$  は心理的に等しい感覚の増分を与える物理量である、と仮定する。
- 絶対閾の心理量を 0 とする。
- 弁別閾 =  $c \times$  物理量
- 心理量 1 に対応する物理量は、絶対閾 + 絶対閾での弁別閾
- 心理量 2 に対応する物理量は心理量 1 に対する物理量 + そこでの弁別閾
- 心理量 3 に対応する物理量は心理量 2 に対する物理量 + そこでの弁別閾
- このようにして得られた心理量に対応する物理量は、心理的に等間隔に感じられるはず。
- 心理尺度は上記の心理量を適当に変換したもの（線形変換）

7

# 物理量と心理量の関係



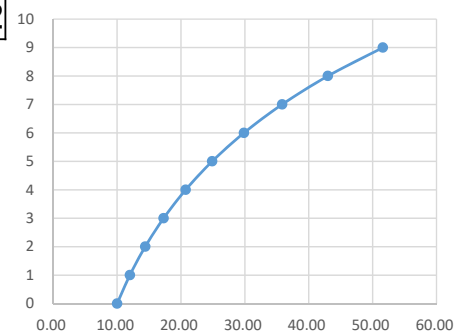
◆ 図 1-1 Weber の法則に基づく  $\phi$  と  $\Delta\phi$  の関係

心理量	物理量	弁別閾
0	10.00	2.00
1	12.00	2.40
2	14.40	2.88
3	17.28	3.46
4	20.74	4.15
5	24.88	4.98
6	29.86	5.97
7	35.83	7.17
8	43.00	8.60
9	51.60	10.32

$c = 0.2$  とする。

弁別閾 =  $0.2 \times$  物理量

物理量と心理量



次の物理量の計算

$$12.00 = 10.00 + 0.2 \times 10.00$$

$$14.40 = 12.00 + 0.2 \times 12.00$$

$$17.28 = 14.40 + 0.2 \times 14.40$$

8

# Fechner の法則

$S_i$  を第  $i$  番目の心理量に対する物理量とする。

先の計算から以下の漸化式を得る。

$$S_i = S_{i-1} + c S_{i-1}$$

$$= (1 + c) S_{i-1}$$

$$= (1 + c)^2 S_{i-2}$$

$$= (1 + c)^3 S_{i-3} \quad \text{従って、}$$

$\vdots$

$$\log S_i = i \log(1 + c) + \log \phi_0$$

$$= (1 + c)^i S_0 \quad \text{従って、}$$

$$= (1 + c)^i \phi_0$$

$$i = \frac{\log S_i - \log \phi_0}{\log(1 + c)}$$

$$= \frac{1}{\log(1 + c)} \log S_i - \frac{\phi_0}{\log(1 + c)}$$

$$= a \log S_i + b$$

物理量の対数が  
心理的に等間隔である。

9

## 参考文献

G.A. ゲシャイダー (著),  
宮岡 徹 (翻訳)

George A. Gescheider (原著),

心理物理学—方法・理論・応用 〈上下巻〉

北大路書房 (2002/5/1)

ISBN-10: 4762822507

ISBN-13: 978-4762822506