

いま仮にある血液検査を行うと、喫煙者では 90%、非喫煙者では 30%の確率で陽性反応が見られるとする。ではこの検査で陽性となったものが喫煙者である確率はいくらか。  
ただし、日本人成人の喫煙率は 50%であるとする。

いま仮にある血液検査を行うと、喫煙者では 90%、非喫煙者では 30%の確率で陽性反応が見られるとする。ある日本人成人女性に対してこの検査を行ったところ陽性であった。この女性が喫煙者である確率はいくらか。ただし、日本人成人女性の喫煙率は 25%であるとする。

ある男とある子についてある検査をしたところ、C という結果をえた。この C という結果は 1 組の男と子が真の父子であれば 90%の確率で生じ、無血縁者のペアで検査した場合には 30%の確率で生ずる結果である。問題となっているある男がある子の父親である確率を求めよ。なお事前確率は 0.5 とする。

日本人の成人男子が、ある病気にかかる割合は血液型により異なり、O 型では 3%、A 型では 6%、B 型では 10%、AB 型では 7% であるとする。日本人の血液型は男女で差がなく、O 型は 30%、A 型は 38%、B 型は 22%、AB 型は 10% であるとする。  
この病気にかかった成人男子が O 型である確率を求めなさい。

ある難病にかかる人の割合は 100 万人中に 100 人で、その 100 人のうちの 95 人が検査では陽性で、100 万人中難病にかかっていない 999,900 人のうち 19,998 人が検査では陽性の結果が出る場合を想定します。そして、あなたが検査を受けたところ陽性の結果だったとします。それでは、あなたはこの検査の結果を受けてどのように行動すべきでしょうか？

ある患者がある種の症状を訴えてきた。医師の経験から、同じ年齢層の人がその症状を訴えるとき、約 5%の人がガンであることを知っている。一方、ある精密検査によって真のガン患者に対しては 85%の陽性反応を示し、ガン患者で内人にも 5%の陽性反応を示す。もしある患者がその精密検査の結果陽性反応を示した場合、その患者がガン患者である確率を求めよう。

形状の同じ 3 枚のカードがある。1 枚目のカードは両面が白、2 枚目のカードは両面が黒、3 枚目のカードは片面が白で片面が黒である。いま、3 枚のカードから 1 枚をランダムに取り出して机上におく。このカードの上面が、白のとき、下面が黒である確率はいくらか。

二つの箱がある。箱 A には 3 個の赤玉と 3 個の白玉が、箱 B には 1 個の赤玉と 5 個の白玉が入っている。いま、どちらかの箱から玉を一つ取り出したところそれは赤玉であった。この箱が A である確率はいくつか。

A が女性であること、 $B_i$  が学年 ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) としたとき、 $\Pr\{B_i | A\}$  は、ランダムに抽出した学生が女子学生であるとわかったとき、その学生が  $B_i$  学年である確率を表す。

表

学年	男子	女子	合計	女子の割合		ベイズ確率		$\Pr(B_i   A)$	
				$\Pr(A   B_i)$	学年の割合	$\Pr(B_i   A)$	$\Pr(B_i)$		
B1	90	36	126	$36/126$	.286	$36/510$	$126/510$	.247	0.2209
B2	76	45	121	$45/121$	.372	$45/510$	$121/510$	.237	0.2761
B3	87	43	130	$43/130$	.331	$43/510$	$130/510$	.255	0.2638
B4	94	39	133	$39/133$	.293	$39/510$	$133/510$	.261	0.2393
合計	347	163	510						

$$\Pr(A) = 163/510$$

ある革新系の大新聞が都内の大学生 1000 人に対しアンケート調査をした。質問項目は 2 つ。Q1. 「あなたは自民党を支持しますか?」、Q2. 「あなたは巨人ファンですか?」。調査の結果、自民党支持者のうち、80%が巨人ファンであることがわかった。また、自民党を支持しない人のうち、10%が巨人ファンであるということがわかった。学生のうち、自民党支持者は 30%だった。無作為に選んだ学生が、巨人ファンだったとき、その学生が自民党支持者である確率はいくらか。

### 3 囚人問題

あなたは囚われた3人の政治犯（A, B, C）のうちの1人、Aである。

3人とも罪の重さは全く同じだが、2人が銃殺され、1名だけは、将来の政治的变化に備えて釈放するという。

その1人はすでに決定されたというが、誰であるかはわからない。

他に情報は一切ない。

さて、あなたが釈放される確率はいくらだろうか。

あなた（A）は看守を買収して言った。

「2人銃殺ってことは、私以外の2人のうち、少なくともどちらかは銃殺されるはずですね。銃殺されるのが誰なのか、教えてくださいよ。私については何も教えてくれなくていいですから」

看守は答えた。「Bは銃殺されるよ」

看守はウソをつかないものとする。さて、あなたが釈放される確率はいくらだろうか。

その答えの理由も述べよ。

あなた（A）は看守どうしが話しているのをたまたま立ち聞きした。

「Bに買収されたんだよな。自分以外の二人、CとAのうち銃殺されるやつの名を教えてくださいよ。どうしようか」

「ま、どうせBは銃殺されるんだから、冥土の土産に頼みを聞いてやれよ」

看守はウソをついていないものとする。さて、あなたが釈放される確率はいくらだろうか。

その答えの理由も述べよ。

あなた（A）はCが看守を買収しているのをたまたま立ち聞きした。

「私を除いた2人のうち、少なくともどちらかは銃殺されるはずですね。銃殺されるのが誰なのか、教えてくださいよ。私については何も教えてくれなくていいですから」

看守は答えた。「Bは銃殺されるよ」

看守はウソをつかないものとする。さて、あなたが釈放される確率はいくらだろうか。

その答えの理由も述べよ。

TITLE  
Smoking

Conditional Probability of A given B (Model) and the Marginal B  
PROB1            B1: Smoke B2: NonSmoke

A1: Positive	.90000	.30000
A2: Negative	.10000	.70000
Bm	.50000	.50000

Joint Probability of A and B and the Marginal A and B  
PROB2            B1: Smoke B2: NonSmoke            Am

A1: Positive	.45000	.15000	.60000
A2: Negative	.05000	.35000	.40000
Bm	.50000	.50000	1.0000

Conditional Probability of B given A and the Marginal A and B  
PROB3            B1: Smoke B2: NonSmoke            Am

A1: Positive	.75000	.25000	.60000
A2: Negative	.12500	.87500	.40000
Bm	.50000	.50000	.

TITLE  
Smoking

Conditional Probability of A given B (Model) and the Marginal B  
PROB1            B1: Smoke B2: NonSmoke

A1: Positive	.90000	.30000
A2: Negative	.10000	.70000
Bm	.25000	.75000

Joint Probability of A and B and the Marginal A and B  
PROB2            B1: Smoke B2: NonSmoke            Am

A1: Positive	.22500	.22500	.45000
A2: Negative	.02500	.52500	.55000
Bm	.25000	.75000	1.0000

Conditional Probability of B given A and the Marginal A and B  
PROB3            B1: Smoke B2: NonSmoke            Am

A1: Positive	.50000	.50000	.45000
A2: Negative	.04545	.95455	.55000
Bm	.25000	.75000	.

TITLE

Blood Type

Conditional Probability of A given B (Model) and the Marginal B  
 PROB1            B1: O    B2: A    B3: B    B4: AB

A1: Disease .03000 .06000 .10000 .07000  
 A2: OK        .97000 .94000 .90000 .93000  
 Bm            .30000 .38000 .22000 .10000

Joint Probability of A and B and the Marginal A and B

PROB2            B1: O    B2: A    B3: B    B4: AB    Am

A1: Disease .00900 .02280 .02200 .00700 .06080  
 A2: OK        .29100 .35720 .19800 .09300 .93920  
 Bm            .30000 .38000 .22000 .10000 1.0000

Conditional Probability of B given A and the Marginal A and B

PROB3            B1: O    B2: A    B3: B    B4: AB    Am

A1: Disease .14803 .37500 .36184 .11513 .06080  
 A2: OK        .30984 .38032 .21082 .09902 .93920  
 Bm            .30000 .38000 .22000 .10000 .

TITLE

Rare Disease

Conditional Probability of A given B (Model) and the Marginal B  
 PROB1            B1: Disease B2: NoDisease

A1: Positive        .95000        .02000  
 A2: Negative        .05000        .98000  
 Bm                .00010        .99990

Joint Probability of A and B and the Marginal A and B

PROB2            B1: Disease B2: NoDisease        Am

A1: Positive        .00010        .02000        .02009  
 A2: Negative        .00001        .97990        .97991  
 Bm                .00010        .99990        1.0000

Conditional Probability of B given A and the Marginal A and B

PROB3            B1: Disease B2: NoDisease        Am

A1: Positive        .00473        .99527        .02009  
 A2: Negative        .00001        .99999        .97991  
 Bm                .00010        .99990        .

TITLE  
 Cancer  
 Conditional Probability of A given B (Model) and the Marginal B  
 PROB1            B1: Cancer B2: NoCancer

A1: Positive	.85000	.05000
A2: Negative	.15000	.95000
Bm	.05000	.95000

Joint Probability of A and B and the Marginal A and B  
 PROB2            B1: Cancer B2: NoCancer            Am

A1: Positive	.04250	.04750	.09000
A2: Negative	.00750	.90250	.91000
Bm	.05000	.95000	1.0000

Conditional Probability of B given A and the Marginal A and B  
 PROB3            B1: Cancer B2: NoCancer            Am

A1: Positive	.47222	.52778	.09000
A2: Negative	.00824	.99176	.91000

TITLE  
 Card  
 Conditional Probability of A given B (Model) and the Marginal B  
 PROB1            B1: WW B2: BB B3: BW

A1: White	1.0000	.00000	.50000
A2: Black	.00000	1.0000	.50000
Bm	.33333	.33333	.33333

Joint Probability of A and B and the Marginal A and B  
 PROB2            B1: WW B2: BB B3: BW            Am

A1: White	.33333	.00000	.16667	.50000
A2: Black	.00000	.33333	.16667	.50000
Bm	.33333	.33333	.33333	1.0000

Conditional Probability of B given A and the Marginal A and B  
 PROB3            B1: WW B2: BB B3: BW            Am

A1: White	.66667	.00000	.33333	.50000
A2: Black	.00000	.66667	.33333	.50000
Bm	.33333	.33333	.33333	.

TITLE  
 Card  
 Joint Probability of A and B and the Marginal A and B  
 PROB2            B1: WW B2: BB B3: BW            Am

A1: White	.25000	.00000	.25000	.50000
A2: Black	.00000	.25000	.25000	.50000
Bm	.25000	.25000	.50000	1.0000

Conditional Probability of B given A and the Marginal A and B  
 PROB3            B1: WW B2: BB B3: BW            Am

A1: White	.50000	.00000	.50000	.50000
A2: Black	.00000	.50000	.50000	.50000
Bm	.25000	.25000	.50000	.

TITLE

Balls in a Box

Conditional Probability of A given B (Model) and the Marginal B

PROB1 B1: BoxA(3R3W) B2: BoxB(1R5W)

A1: Red	.50000	.16667
A2: White	.50000	.83333
Bm	.50000	.50000

Joint Probability of A and B and the Marginal A and B

PROB2 B1: BoxA(3R3W) B2: BoxB(1R5W) Am

A1: Red	.25000	.08333	.33333
A2: White	.25000	.41667	.66667
Bm	.50000	.50000	1.0000

Conditional Probability of B given A and the Marginal A and B

PROB3 B1: BoxA(3R3W) B2: BoxB(1R5W) Am

A1: Red	.75000	.25000	.33333
A2: White	.37500	.62500	.66667
Bm	.50000	.50000	.

TITLE

LDP & YG

Conditional Probability of A given B (Model) and the Marginal B

PROB1 B1: SupportingLDP B2: NotSupportingLDP

A1: YGFan	.80000	.10000
A2: NotYGFan	.20000	.90000
Bm	.30000	.70000

Joint Probability of A and B and the Marginal A and B

PROB2 B1: SupportingLDP B2: NotSupportingLDP Am

A1: YGFan	.24000	.07000	.31000
A2: NotYGFan	.06000	.63000	.69000
Bm	.30000	.70000	1.0000

Conditional Probability of B given A and the Marginal A and B

PROB3 B1: SupportingLDP B2: NotSupportingLDP Am

A1: YGFan	.77419	.22581	.31000
A2: NotYGFan	.08696	.91304	.69000
Bm	.30000	.70000	.

TITLE  
 Three Prisoners (B or C)  
 Conditional Probability of A given B (Model) and the Marginal B  
 PROB1                    B1: freeA B2: freeB B3: freeC

A1: B will be Executed.	.50000	.00000	1.0000
A2: C will be Executed.	.50000	1.0000	.00000
Bm	.33333	.33333	.33333

Joint Probability of A and B and the Marginal A and B  
 PROB2                    B1: freeA B2: freeB B3: freeC                    Am

A1: B will be Executed.	.16667	.00000	.33333	.50000
A2: C will be Executed.	.16667	.33333	.00000	.50000
Bm	.33333	.33333	.33333	1.0000

Conditional Probability of B given A and the Marginal A and B  
 PROB3                    B1: freeA B2: freeB B3: freeC                    Am

A1: B will be Executed.	.33334	.00000	.66666	.50000
A2: C will be Executed.	.33333	.66667	.00000	.50000
Bm	.33333	.33333	.33333	.

TITLE  
 Three Prisoners (B or C)  
 Conditional Probability of A given B (Model) and the Marginal B  
 PROB1                    B1: freeA B2: freeB B3: freeC

A1: B will be Executed.	.50000	.00000	1.0000
A2: C will be Executed.	.50000	1.0000	.00000
Bm	.25000	.25000	.50000

Joint Probability of A and B and the Marginal A and B  
 PROB2                    B1: freeA B2: freeB B3: freeC                    Am

A1: B will be Executed.	.12500	.00000	.50000	.62500
A2: C will be Executed.	.12500	.25000	.00000	.37500
Bm	.25000	.25000	.50000	1.0000

Conditional Probability of B given A and the Marginal A and B  
 PROB3                    B1: freeA B2: freeB B3: freeC                    Am

A1: B will be Executed.	.20000	.00000	.80000	.62500
A2: C will be Executed.	.33333	.66667	.00000	.37500
Bm	.25000	.25000	.50000	.



TITLE				
Three Prisoners (A, B or C1)				
Conditional Probability of A given B (Model) and the Marginal B				
PROB1	B1: freeA	B2: freeB	B3: freeC	
A1: BwillbeExecuted.	.50000	.00000	.50000	
A2: AorCwillbeExecuted. *	.50000	1.0000	.50000	
Bm	.33333	.33333	.33333	
Joint Probability of A and B and the Marginal A and B				
PROB2	B1: freeA	B2: freeB	B3: freeC	Am
A1: BwillbeExecuted.	.16667	.00000	.16667	.33333
A2: AorCwillbeExecuted. *	.16667	.33333	.16667	.66666
Bm	.33333	.33333	.33333	1.0000
Conditional Probability of B given A and the Marginal A and B				
PROB3	B1: freeA	B2: freeB	B3: freeC	Am
A1: BwillbeExecuted.	.50000	.00000	.50000	.33333
A2: AorCwillbeExecuted. *	.25000	.50000	.25000	.66666
Bm	.33333	.33333	.33333	.

TITLE				
Three Prisoners (A, B or C1)				
Conditional Probability of A given B (Model) and the Marginal B				
PROB1	B1: freeA	B2: freeB	B3: freeC	
A1: BwillbeExecuted.	.50000	.00000	.50000	
A2: AorCwillbeExecuted*.	.50000	1.0000	.50000	
Bm	.25000	.50000	.25000	
Joint Probability of A and B and the Marginal A and B				
PROB2	B1: freeA	B2: freeB	B3: freeC	Am
A1: BwillbeExecuted.	.12500	.00000	.12500	.25000
A2: AorCwillbeExecuted. *	.12500	.50000	.12500	.75000
Bm	.25000	.50000	.25000	1.0000
Conditional Probability of B given A and the Marginal A and B				
PROB3	B1: freeA	B2: freeB	B3: freeC	Am
A1: BwillbeExecuted.	.50000	.00000	.50000	.25000
A2: AorCwillbeExecuted. *	.16667	.66667	.16667	.75000
Bm	.25000	.50000	.25000	.

TITLE

Three Prisoners (A, B or C2)

Conditional Probability of A given B (Model) and the Marginal B

PROB1                    B1: freeA B2: freeB B3: freeC

A1: A will be executed.	.00000	.50000	.50000
A2: B will be executed.	.50000	.00000	.50000
A3: C will be executed.	.50000	.50000	.00000
Bm	.33333	.33333	.33333

Joint Probability of A and B and the Marginal A and B

PROB2                    B1: freeA B2: freeB B3: freeC                    Am

A1: A will be executed.	.00000	.16667	.16667	.33333
A2: B will be executed.	.16667	.00000	.16667	.33333
A3: C will be executed.	.16667	.16667	.00000	.33333
Bm	.33333	.33333	.33333	1.0000

Conditional Probability of B given A and the Marginal A and B

PROB3                    B1: freeA B2: freeB B3: freeC                    Am

A1: A will be executed.	.00000	.50000	.50000	.33333
A2: B will be executed.	.50000	.00000	.50000	.33333
A3: C will be executed.	.50000	.50000	.00000	.33333
Bm	.33333	.33333	.33333	.

TITLE

Three Prisoners (A, B or C2)

Conditional Probability of A given B (Model) and the Marginal B

PROB1                    B1: freeA B2: freeB B3: freeC

A1: A will be executed.	.00000	.50000	.50000
A2: B will be executed.	.50000	.00000	.50000
A3: C will be executed.	.50000	.50000	.00000
Bm	.25000	.25000	.50000

Joint Probability of A and B and the Marginal A and B

PROB2                    B1: freeA B2: freeB B3: freeC                    Am

A1: A will be executed.	.00000	.12500	.25000	.37500
A2: B will be executed.	.12500	.00000	.25000	.37500
A3: C will be executed.	.12500	.12500	.00000	.25000
Bm	.25000	.25000	.50000	1.0000

Conditional Probability of B given A and the Marginal A and B

PROB3                    B1: freeA B2: freeB B3: freeC                    Am

A1: A will be executed.	.00000	.33333	.66667	.37500
A2: B will be executed.	.33333	.00000	.66667	.37500
A3: C will be executed.	.50000	.50000	.00000	.25000
Bm	.25000	.25000	.50000	.

TITLE  
 Three Prisoners (A or B)  
 Conditional Probability of A given B (Model) and the Marginal B  
 PROB1                    B1: freeA B2: freeB B3: freeC

A1: Bwill beExecuted.	1.0000	.00000	.50000
A2: Awill beExecuted.	.00000	1.0000	.50000
Bm	.33333	.33333	.33333

Joint Probability of A and B and the Marginal A and B  
 PROB2                    B1: freeA B2: freeB B3: freeC                    Am

A1: Bwill beExecuted.	.33333	.00000	.16667	.50000
A2: Awill beExecuted.	.00000	.33333	.16667	.50000
Bm	.33333	.33333	.33333	1.0000

Conditional Probability of B given A and the Marginal A and B  
 PROB3                    B1: freeA B2: freeB B3: freeC                    Am

A1: Bwill beExecuted.	.66667	.00000	.33333	.50000
A2: Awill beExecuted.	.00000	.66667	.33333	.50000
Bm	.33333	.33333	.33333	.

TITLE  
 Three Prisoners (A or B)  
 Conditional Probability of A given B (Model) and the Marginal B  
 PROB1                    B1: freeA B2: freeB B3: freeC

A1: Bwill beExecuted.	1.0000	.00000	.50000
A2: Awill beExecuted.	.00000	1.0000	.50000
Bm	.25000	.25000	.50000

Joint Probability of A and B and the Marginal A and B  
 PROB2                    B1: freeA B2: freeB B3: freeC                    Am

A1: Bwill beExecuted.	.25000	.00000	.25000	.50000
A2: Awill beExecuted.	.00000	.25000	.25000	.50000
Bm	.25000	.25000	.50000	1.0000

Conditional Probability of B given A and the Marginal A and B  
 PROB3                    B1: freeA B2: freeB B3: freeC                    Am

A1: Bwill beExecuted.	.50000	.00000	.50000	.50000
A2: Awill beExecuted.	.00000	.50000	.50000	.50000
Bm	.25000	.25000	.50000	.