

心理・教育測定法 基礎編 B

多変量解析入門

多次元尺度法による個体の分類

データ

OBS	NAME	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8
1	S1	0.3	2.9	-0.3	1.4	7.2	3.6	0.2	3.5	0.5	3.3	3.1	3.9
2	S2	-1.0	2.1	0.4	1.6	5.0	0.0	0.6	6.2	0.3	5.6	4.8	2.8
3	S3	-0.5	2.9	0.6	2.0	7.4	1.5	0.0	4.0	0.8	5.8	4.8	3.9
4	S4	-1.0	2.8	1.0	2.9	5.2	0.7	0.3	5.5	1.2	6.7	7.0	4.3
5	S5	3.0	3.0	0.6	3.0	9.0	9.0	1.2	0.0	4.4	2.4	2.6	9.0
6	S6	2.6	2.2	-0.4	1.8	7.3	7.4	1.7	1.4	3.2	0.0	1.2	7.0
7	S7	2.8	2.2	0.1	1.6	6.9	7.0	4.4	1.2	4.0	0.9	1.0	6.6
8	S8	2.0	2.3	-1.0	1.1	7.5	6.1	1.6	2.3	0.4	0.9	1.0	5.0
9	S9	2.9	-1.0	2.1	0.7	1.2	8.0	7.0	5.6	9.0	2.6	0.4	4.5
10	S10	1.9	-0.1	-0.3	-0.2	2.9	7.1	5.6	5.1	2.4	1.4	0.0	2.3
11	S11	2.9	-0.6	1.9	0.5	2.2	8.7	6.6	4.5	8.5	2.6	0.3	4.2
12	S12	2.1	-0.4	0.1	-0.2	1.8	6.5	6.5	4.3	4.1	0.9	0.0	2.4
13	S13	-0.5	0.2	0.2	-0.5	1.6	1.9	4.1	7.5	0.0	5.4	1.1	0.5
14	S14	-1.0	-0.2	1.8	0.7	2.3	0.9	4.7	8.8	3.3	7.3	4.0	1.0
15	S15	-1.0	-1.0	3.0	0.6	0.0	0.5	5.8	9.0	5.8	9.0	3.4	1.2
16	S16	-0.3	-1.0	2.2	0.0	0.6	1.6	6.1	8.6	5.2	6.9	2.3	0.8
17	S17	1.3	0.7	-0.5	-0.3	4.1	5.6	5.3	4.3	1.7	1.4	0.0	2.0
18	S18	0.7	1.5	-0.5	-0.3	4.7	2.1	1.7	4.2	0.6	2.5	0.5	1.5
19	S19	0.5	0.9	-0.7	-0.5	4.3	4.0	4.3	5.1	0.6	1.6	0.1	1.4
20	S20	0.7	0.1	-0.6	-1.0	2.6	2.8	5.5	5.4	0.7	2.0	0.1	0.0

2017年度 心理：教育測定基礎編 A・B

心理：教育測定演習 A・B

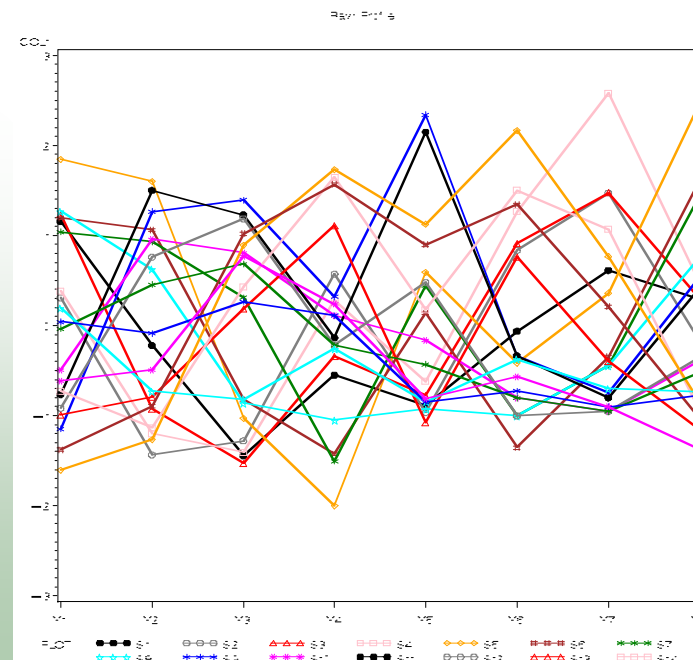
心理・教育測定法(基礎編) A・B
木曜日 7-8限:W607

担当 前川

人間行動システム統計演習 A・B
木曜日 9-10限 W607

担当 前川
栗山

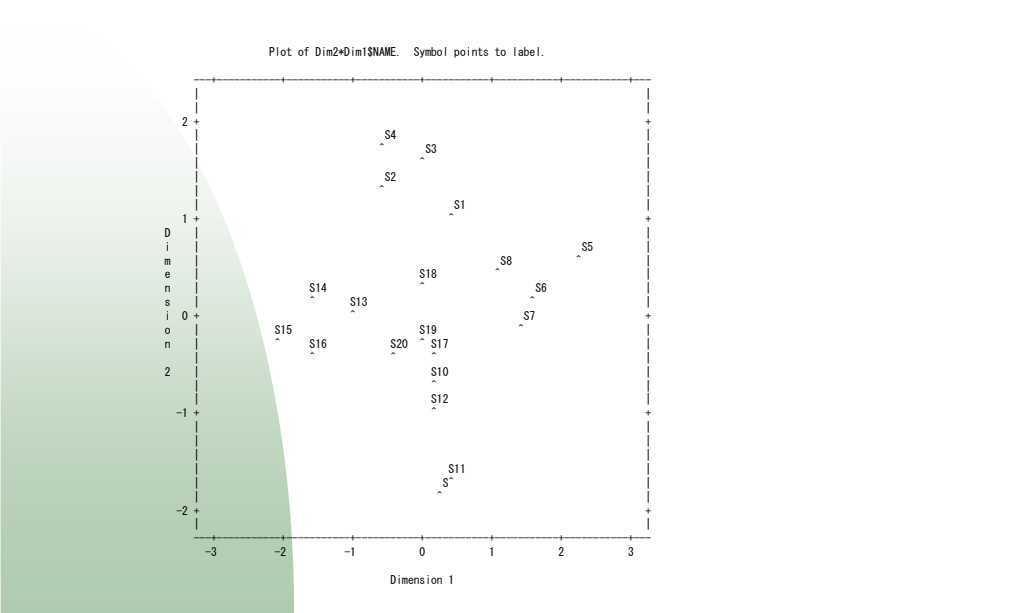
4月 6日	オリエンテーション	前川	1	オリエンテーション
4月13日	統計量の計算・相関と回帰		2	データフレームの操作
4月20日	統計的推測の基礎		3	ヒストグラム、クロス集計
4月27日	一つの母平均に関する推測		4	相関と回帰
5月11日	二つの母平均に関する推測		5	平均値に関する推測
5月18日	複数の母平均に関する推測		6	分散分析1
5月25日	分散分析法と回帰分析		7	分散分析2
6月 1日	まとめ		8	まとめ
6月15日	イントロ		1	イントロ
6月22日	多次元尺度法による個体の分類		2	多次元尺度法
6月29日	クラスター分析による個体の分類		3	クラスター分析
7月 6日	回帰分析		4	回帰分析
7月13日	因子分析		5	因子分析
7月21日	共分散分析と構造方程式モデル	栗山	6	共分散分析と構造方程式モデル
7月27日	その他の方法		7	その他の方法
8月 4日	まとめ		8	まとめ



距離行列

NAME	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14	S15	S16	S17	S18	S19	S20
S1	0.0	2.2	1.5	2.8	3.6	2.8	3.2	1.8	5.3	3.6	5.0	4.2	3.7	4.2	5.4	4.9	3.2	2.1	2.9	3.7
S2	2.2	0.0	1.5	1.4	5.5	4.8	4.9	3.9	5.8	4.4	5.7	4.9	3.0	2.7	4.1	3.9	4.1	2.8	3.5	3.8
S3	1.5	1.5	0.0	1.6	4.4	4.0	4.2	3.3	5.9	4.6	5.7	5.1	3.9	3.8	5.0	4.8	4.2	3.0	3.8	4.4
S4	2.8	1.4	1.6	0.0	5.3	5.1	5.2	4.5	6.2	5.3	6.1	5.6	4.1	3.3	4.5	4.5	5.0	3.9	4.6	5.0
S5	3.6	5.5	4.4	5.3	0.0	1.8	2.2	2.9	5.3	4.9	4.8	5.1	6.5	6.7	7.4	7.0	4.7	4.9	5.1	6.0
S6	2.8	4.8	4.0	5.1	1.8	0.0	1.2	1.5	4.5	3.5	4.0	3.8	5.4	6.0	6.8	6.1	3.3	3.6	3.6	4.6
S7	3.2	4.9	4.2	5.2	2.2	1.2	0.0	2.0	3.7	3.0	3.2	3.1	5.1	5.6	6.3	5.6	2.8	3.6	3.3	4.2
S8	1.8	3.9	3.3	4.5	2.9	1.5	2.0	0.0	4.9	3.0	4.4	3.6	4.4	5.3	6.4	5.6	2.6	2.5	2.7	3.7
S9	5.3	5.8	5.9	6.2	5.3	4.5	3.7	4.9	0.0	2.8	0.7	2.3	4.7	4.7	4.5	3.8	3.4	4.7	4.0	4.1
S10	3.6	4.4	4.6	5.3	4.9	3.5	3.0	3.0	2.8	0.0	2.6	0.9	2.9	4.0	4.7	3.7	0.8	2.6	1.5	1.8
S11	5.0	5.7	5.7	6.1	4.8	4.0	3.2	4.4	0.7	2.6	0.0	2.1	4.7	4.8	4.8	4.0	3.1	4.5	3.8	4.0
S12	4.2	4.9	5.1	5.6	5.1	3.8	3.1	3.6	2.3	0.9	2.1	0.0	3.4	4.2	4.7	3.6	1.4	3.1	2.1	2.2
S13	3.7	3.0	3.9	4.1	6.5	5.4	5.1	4.4	4.7	2.9	4.7	3.4	0.0	2.2	3.1	2.3	2.8	2.4	2.2	1.8
S14	4.2	2.7	3.8	3.3	6.7	6.0	5.6	5.3	4.7	4.0	4.8	4.2	2.2	0.0	1.5	1.4	4.0	3.7	3.7	3.4
S15	5.4	4.1	5.0	4.5	7.4	6.8	6.3	6.4	4.5	4.7	4.8	4.7	3.1	1.5	0.0	1.1	4.8	4.7	4.7	4.2
S16	4.9	3.9	4.8	4.5	7.0	6.1	5.6	5.6	3.8	3.7	4.0	3.6	2.3	1.4	1.1	0.0	3.8	4.0	3.7	3.2
S17	3.2	4.1	4.2	5.0	4.7	3.3	2.8	2.6	3.4	0.8	3.1	1.4	2.8	4.0	4.8	3.8	0.0	2.0	0.9	1.5
S18	2.1	2.8	3.0	3.9	4.9	3.6	3.6	2.5	4.7	2.6	4.5	3.1	2.4	3.7	4.7	4.0	2.0	0.0	1.3	1.9
S19	2.9	3.5	3.8	4.6	5.1	3.6	3.3	2.7	4.0	1.5	3.8	2.1	2.2	3.7	4.7	3.7	0.9	1.3	0.0	1.1
S20	3.7	3.8	4.4	5.0	6.0	4.6	4.2	3.7	4.1	1.8	4.0	2.2	1.8	3.4	4.2	3.2	1.5	1.9	1.1	0.0

MDS 2次元の布置



距離と座標

n 個の個体の r 次元の座標行列 X から計算される個体間の2乗距離

$$d_{ij}^2 = \sum_{a=1}^r (x_{ia} - x_{ja})^2, i, j = 1, 2, \dots, n$$

を要素として持つ $n \times n$ の行列を D^2 とする。これは、行列を用いて書くと

$$D^2 = \text{diag}(XX')\mathbf{1}\mathbf{1}' - 2XX' + \mathbf{1}\mathbf{1}'\text{diag}(XX')$$

と書ける。ただし、 $\mathbf{1}$ は要素が全て 1 である $n \times 1$ のベクトルである。

中心化行列

$$J = I - \frac{1}{n}\mathbf{1}\mathbf{1}' \quad (\text{したがって } J = J', J\mathbf{1} = \mathbf{0})$$

$$J = J' \quad \text{and} \quad J\mathbf{1} = \mathbf{0}, \quad \text{and} \quad \mathbf{1}'J = \mathbf{0}'$$

スカラー積行列

$$\begin{aligned} B &= -\frac{1}{2}JD^2J \\ &= -\frac{1}{2}J(\text{diag}(XX')\mathbf{1}\mathbf{1}' - 2XX' + \mathbf{1}\mathbf{1}'\text{diag}(XX'))J \\ &= JXX'J = YY' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{ij} &= -\frac{1}{2} \left(d_{ij}^2 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d_{ij}^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_{ij}^2 + \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij}^2 \right) \\ &= \sum_{a=1}^r x_{ia}x_{ja} - \frac{1}{n} \sum_{a=1}^r x_{ia} \sum_{j=1}^n x_{ja} - \frac{1}{n} \sum_{a=1}^r x_{ja} \sum_{i=1}^n x_{ia} + \frac{1}{n^2} \sum_{a=1}^r \left(\sum_{i=1}^n x_{ia} \right) \left(\sum_{j=1}^n x_{ja} \right) \\ &= \sum_{a=1}^r \left(x_{ia} - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ka} \right) \left(x_{ja} - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ka} \right) \\ &= \sum_{a=1}^r y_{ia}y_{ja} \end{aligned}$$

古典的MDS

D	1	2	3	D2	1	2	3
1	0.00	3.00	5.00	1	0.00	9.00	25.00
2	3.00	0.00	4.00	2	9.00	0.00	16.00
3	5.00	4.00	0.00	3	25.00	16.00	0.00

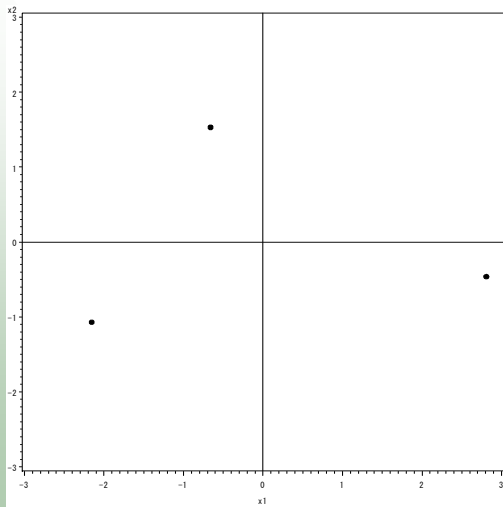
J	1	2	3	B	1	2	3
1	0.67	-0.33	-0.33	1	5.78	-0.22	-5.56
2	-0.33	0.67	-0.33	2	-0.22	2.78	-2.56
3	-0.33	-0.33	0.67	3	-5.56	-2.56	8.11

固有値他

EVA	1	EVE	1	2	3	X	1	2
12.964	1	-0.598	-0.556	0.577	1	-2.152	-1.070	
3.703	2	-0.183	0.796	0.577	2	-0.658	1.531	
-0.000	3	0.781	-0.240	0.577	3	2.810	-0.461	

D2FROMX	1	2	3	DIF	1	2	3
1	0.00	9.00	25.00	1	0.00000	0.00000	-0.00000
2	9.00	0.00	16.00	2	0.00000	0.00000	0.00000
3	25.00	16.00	0.00	3	-0.00000	0.00000	0.00000

個体の布置



古典的MDS

D	1	2	3	4	D2	1	2	3	4
1	0.00	3.00	5.00	1.00	1	0.00	9.00	25.00	1.00
2	3.00	0.00	4.00	1.00	2	9.00	0.00	16.00	1.00
3	5.00	4.00	0.00	1.00	3	25.00	16.00	0.00	1.00
4	1.00	1.00	1.00	0.00	4	1.00	1.00	1.00	0.00

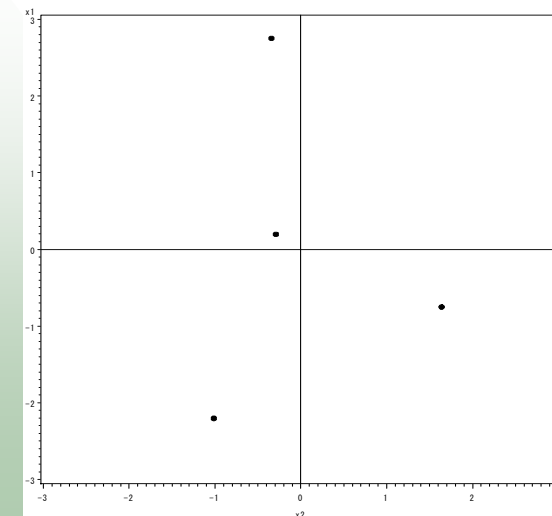
J	1	2	3	4	B	1	2	3	4
1	0.75	-0.25	-0.25	-0.25	1	5.44	-0.19	-6.19	0.94
2	-0.25	0.75	-0.25	-0.25	2	-0.19	3.19	-2.81	-0.19
3	-0.25	-0.25	0.75	-0.25	3	-6.19	-2.81	7.19	1.81
4	-0.25	-0.25	-0.25	0.75	4	0.94	-0.19	1.81	-2.56

固有値他

1 EVE		1	2	3	4 X	1	2	3	
13.029	1	-0.610	-0.511	0.500	-0.342	1	-2.202	-1.012	0.000
3.921	2	-0.207	0.829	0.500	-0.138	2	-0.749	1.642	0.000
0.000	3	0.763	-0.172	0.500	-0.372	3	2.754	-0.342	0.000
-3.700	4	0.055	-0.146	0.500	0.852	4	0.197	-0.289	0.000

D2FROMX		1	2	3	4 DIF	1	2	3	4	
1		0.00	9.15	25.00	6.27	1	0.00000	-0.15408	-0.00329	-5.27379
2		9.15	0.00	16.20	4.63	2	-0.15408	0.00000	-0.20238	-3.62500
3		25.00	16.20	0.00	6.54	3	-0.00329	-0.20238	0.00000	-5.54043
4		6.27	4.63	6.54	0.00	4	-5.27379	-3.62500	-5.54043	0.00000

個体の布置



東京データ

授業を聴講している 11 人の学生に、
東京の盛り場 8 箇所

六本木、新宿、渋谷、品川、新橋、上野
の対を提示し、「遠い」と思う学生を数えた。
同様に、「似ている」と思う学生を数えた。

「遠い」データ

Obs	name	s1	s2	s3	s4	s5	s6
1	六本木	0	7	1	1	0	5
2	新宿	7	0	0	10	11	8
3	渋谷	1	0	0	1	2	11
4	品川	1	10	1	0	0	6
5	新橋	0	11	2	0	0	2
6	上野	5	8	11	6	2	0

スカラー積行列

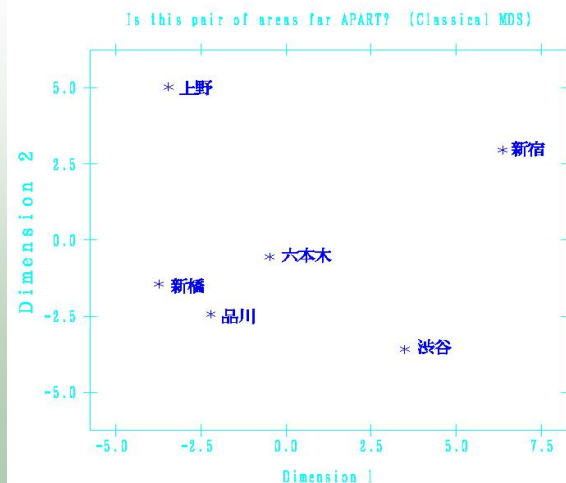
B	1	2	3	4	5	6
1	-1.97	-4.97	1.78	2.69	2.44	0.03
2	-4.97	41.03	23.78	-25.3	-36.6	2.03
3	1.78	23.78	6.53	6.94	4.69	-43.7
4	2.69	-25.3	6.94	8.36	7.61	-0.31
5	2.44	-36.6	4.69	7.61	6.86	14.94
6	0.03	2.03	-43.7	-0.31	14.94	27.03

固有値等

EVA	1	EVE	1	2	3	4	5	6
1	83.496	1	-0.052	-0.073	0.408	0.024	0.907	-0.035
2	55.191	2	0.696	0.399	0.408	0.020	-0.128	-0.415
3	0.000	3	0.382	-0.482	0.408	-0.199	-0.172	0.622
4	-0.444	4	-0.241	-0.327	0.408	0.751	-0.251	-0.203
5	-2.956	5	-0.408	-0.194	0.408	-0.628	-0.223	-0.430
6	-47.453	6	-0.377	0.677	0.408	0.032	-0.134	0.462

X	1	2
1 六本木	-0.475	-0.543
2 新宿	6.364	2.961
3 渋谷	3.486	-3.580
4 品川	-2.202	-2.429
5 新橋	-3.728	-1.441
6 上野	-3.446	5.033

個体の布置



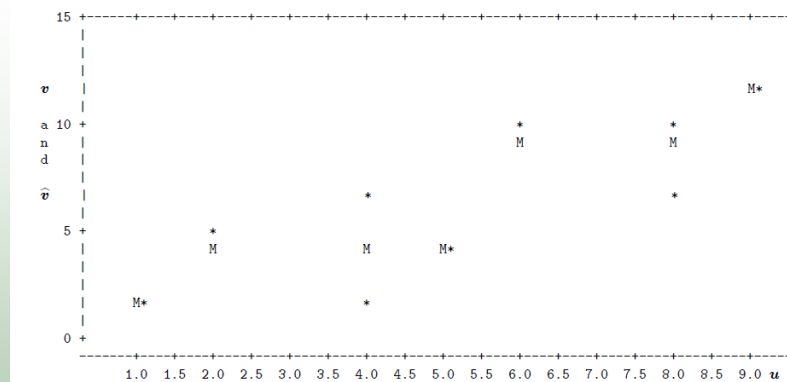
最小2乗基準

$$RSS1 = \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^i (o_{ij} - d_{ij})^2$$

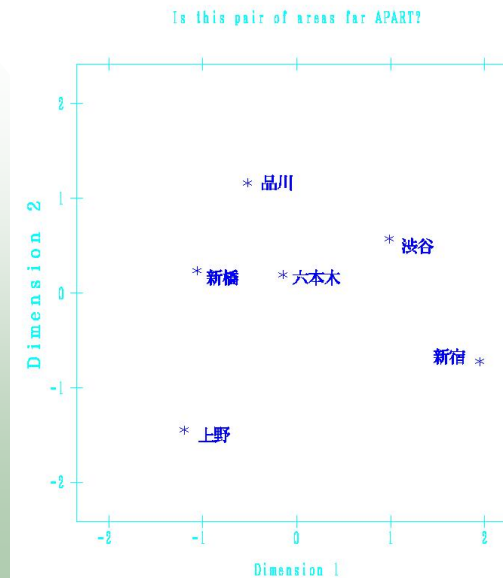
$$RSS1 = \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^i (\tau(o_{ij}) - d_{ij})^2$$

$$\frac{\partial RSS}{\partial x_{ka}} = -2 \sum_{j=1}^n (o_{kj} - d_{kj}) \frac{(x_{ka} - x_{ja})}{d_{kj}} = 0$$

データの最適変換



非計量的 MDS stress= 0.3720



「似ている」データ

Obs	name	s1	s2	s3	s4	s5	s6
1	六本木	0	3	3	1	3	0
2	新宿	3	0	11	0	0	0
3	渋谷	3	11	0	0	0	0
4	品川	1	0	0	0	8	1
5	新橋	3	0	0	8	0	5
6	上野	0	0	0	1	5	0

各数値を最大値 11 から引いて非類似度に変換する。

固有値等

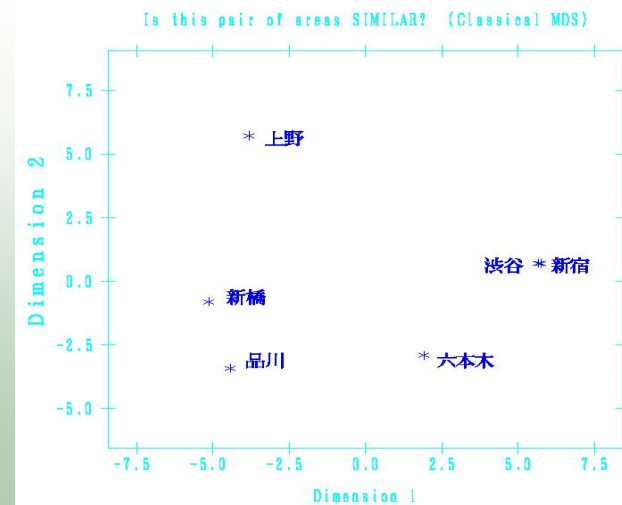
EVA	1	EVE	1	2	3	4	5	6
1	130.202	1	0.167	-0.394	0.768	0.403	0.063	-0.245
2	54.532	2	0.503	0.096	-0.242	0.513	-0.635	0.113
3	36.409	3	0.503	0.096	-0.242	0.293	0.762	0.113
4	0.000	4	-0.389	-0.463	-0.514	0.403	0.063	-0.452
5	-0.000	5	-0.450	-0.109	0.074	0.403	0.063	0.783
6	-7.142	6	-0.335	0.775	0.154	0.403	0.063	-0.312

X	1	2
1 六本木	1.906	-2.909
2 新宿	5.742	0.706
3 渋谷	5.742	0.706
4 品川	-4.435	-3.419
5 新橋	-5.135	-0.806
6 上野	-3.820	5.722

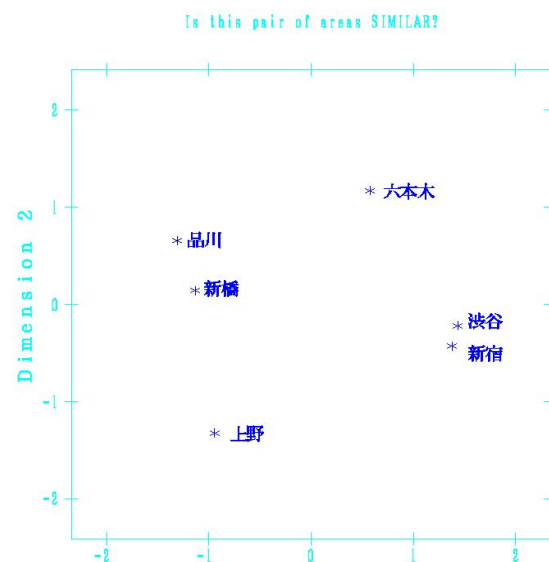
非類似度等

0	1	2	3	4	5	6	02	1	2	3	4	5	6
1	0.00	8.00	8.00	10.00	8.00	11.00	1	0.00	64.00	64.00	100.0	64.00	121.0
2	8.00	0.00	0.00	11.00	11.00	11.00	2	64.00	0.00	0.00	121.0	121.0	121.0
3	8.00	0.00	0.00	11.00	11.00	11.00	3	64.00	0.00	0.00	121.0	121.0	121.0
4	10.00	11.00	11.00	0.00	3.00	10.00	4	100.0	121.0	121.0	0.00	9.00	100.0
5	8.00	11.00	11.00	3.00	0.00	6.00	5	64.00	121.0	121.0	9.00	0.00	36.00
6	11.00	11.00	11.00	10.00	6.00	0.00	6	121.0	121.0	121.0	100.0	36.00	0.00
J	1	2	3	4	5	6	B	1	2	3	4	5	6
1	0.83	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	1	33.17	2.33	2.33	-13.7	-4.00	-20.2
2	-0.17	0.83	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	2	2.33	35.50	35.50	-23.0	-31.3	-19.0
3	-0.17	-0.17	0.83	-0.17	-0.17	-0.17	3	2.33	35.50	35.50	-23.0	-31.3	-19.0
4	-0.17	-0.17	-0.17	0.83	-0.17	-0.17	4	-13.7	-23.0	-23.0	39.50	26.67	-6.50
5	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	0.83	-0.17	5	-4.00	-31.3	-31.3	26.67	22.83	17.17
6	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	0.83	6	-20.2	-19.0	-19.0	-6.50	17.17	47.50

個体の布置



非計量的 MDS stress=0.2900



個人差モデル

$$d_{ijk}^2 = \sum_{a=1}^r w_{ka} (x_{ia} - x_{ja})^2$$

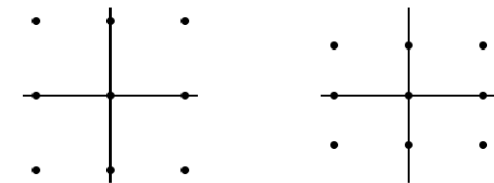


図 1: 個人差 MDS モデル [図 indclus]
 $w_{s1} > w_{s2}$ の場合

個人差モデル データ

[[10]]

	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
池袋	0	5	5	4	4	3	2	1	3	3
上野	5	0	1	1	2	3	4	4	3	3
浅草	5	1	0	2	4	4	4	5	4	4
銀座	4	1	2	0	1	2	4	4	2	3
新橋	4	2	4	1	0	2	3	4	2	3
品川	3	3	4	2	2	0	2	2	2	2
渋谷	2	4	4	4	3	2	0	1	2	2
新宿	1	4	5	4	4	2	1	0	3	3
六本木	3	3	4	2	2	2	2	3	0	1
赤坂	3	3	4	3	3	2	2	3	1	0

[[11]]

	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
池袋	0	4	4	5	5	5	2	1	5	5
上野	4	0	1	5	5	5	5	4	5	5
浅草	4	1	0	4	5	5	5	4	5	5
銀座	5	5	4	0	2	2	2	2	2	2
新橋	5	5	5	2	0	2	2	4	2	2
品川	5	5	5	2	2	0	2	4	2	2
渋谷	2	5	5	2	2	2	0	1	2	2
新宿	1	4	4	2	4	4	1	0	2	2
六本木	5	5	5	2	2	2	2	2	0	1
赤坂	5	5	5	2	2	2	2	2	1	0

個人差モデル

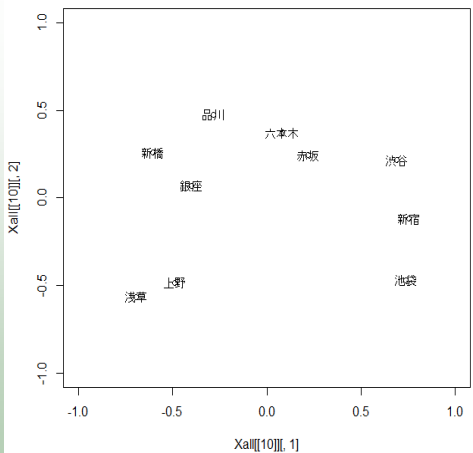
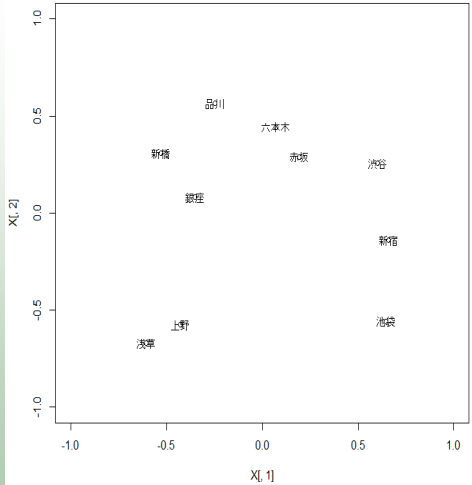
X

	D1	D2
池袋	0.64454424	-0.5577534
上野	-0.43014593	-0.5754821
浅草	-0.60779862	-0.6705971
銀座	-0.35138850	0.0823665
新橋	-0.53144636	0.3082347
品川	-0.24808328	0.5643175
渋谷	0.60322435	0.2554419
新宿	0.65896417	-0.1403360
六本木	0.07128007	0.4443663
赤坂	0.19084985	0.2894416

D1

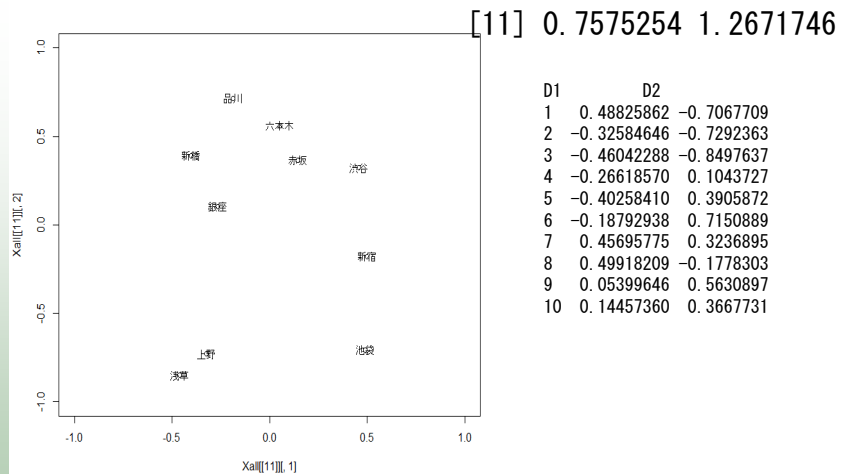
D2

[1,]	1.0273803	0.9891380
[2,]	0.9613172	1.0953586
[3,]	0.9480449	1.0124157
[4,]	0.9147024	1.0514098
[5,]	1.0984880	0.8923593
[6,]	0.9491279	1.0604830
[7,]	1.0042720	1.0099727
[8,]	0.9936499	1.0553998
[9,]	0.9659893	0.9602834
[10,]	1.1410789	0.8423273 *
[11,]	0.7575254	1.2671746 *
[12,]	0.9569522	1.1007264
[13,]	1.0306135	0.9688260
[14,]	0.9866276	0.9808495
[15,]	0.9058306	1.1524945
[16,]	0.9279470	1.0993815
[17,]	0.9008094	1.0934086
[18,]	0.9720943	1.0525634
[19,]	0.9732002	0.9860377
[20,]	1.0108802	1.0424893
[21,]	0.7986627	1.1706445



[10,] 1.1410789 0.8423273

	D1	D2
1	0.73547581	-0.46981090
2	-0.49083043	-0.48474426
3	-0.69354615	-0.56486227
4	-0.40096199	0.06937955
5	-0.60642220	0.25963453
6	-0.28308259	0.47534008
7	0.68832655	0.21516569
8	0.75193009	-0.11820887
9	0.08133618	0.37430187
10	0.21777473	0.24380459



統計演習B

多次元尺度法

スカラー積行列

$$\begin{aligned}
 B &= -\frac{1}{2} J D^2 J \\
 &= -\frac{1}{2} J (\text{diag}(X X') \mathbf{1} \mathbf{1}' - 2 X X' + \mathbf{1} \mathbf{1}' \text{diag}(X X')) J \\
 &= J X X' J = Y Y'
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_{ij} &= -\frac{1}{2} \left(d_{ij}^2 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d_{ij}^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_{ij}^2 + \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij}^2 \right) \\
 &= \sum_{a=1}^r x_{ia} x_{ja} - \frac{1}{n} \sum_{a=1}^r x_{ia} \sum_{j=1}^n x_{ja} - \frac{1}{n} \sum_{a=1}^r x_{ja} \sum_{i=1}^n x_{ia} + \frac{1}{n^2} \sum_{a=1}^r \left(\sum_{i=1}^n x_{ia} \right) \left(\sum_{j=1}^n x_{ja} \right) \\
 &= \sum_{a=1}^r \left(x_{ia} - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ka} \right) \left(x_{ja} - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ka} \right) \\
 &= \sum_{a=1}^r y_{ia} y_{ja}
 \end{aligned}$$

program

```
# classical MDS
```

```
# data
```

```
O=matrix( c( 0,3,5  
             ,3,0,4  
             ,5,4,0), 3, 3, byrow=1 )
```

```
# classical MDS
```

```
resCMDS=cmdscale( O,eig=TRUE, k=2 )
```

```
X=resCMDS$points
```

```
# plot X
```

```
plot(X[,1],X[,2], xlim=c(-4,4),ylim=c(-4,4), type="n")  
text(X[,1],X[,2],1:3)
```

37

```
> print(resCMDS)
```

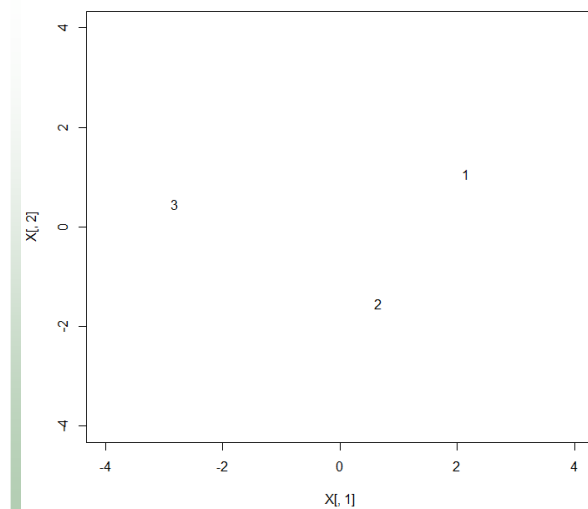
```
$points
```

```
      [,1] [,2]  
[1,] 2.1523110 1.0702033  
[2,] 0.6581288 -1.5312231  
[3,] -2.8104398 0.4610198
```

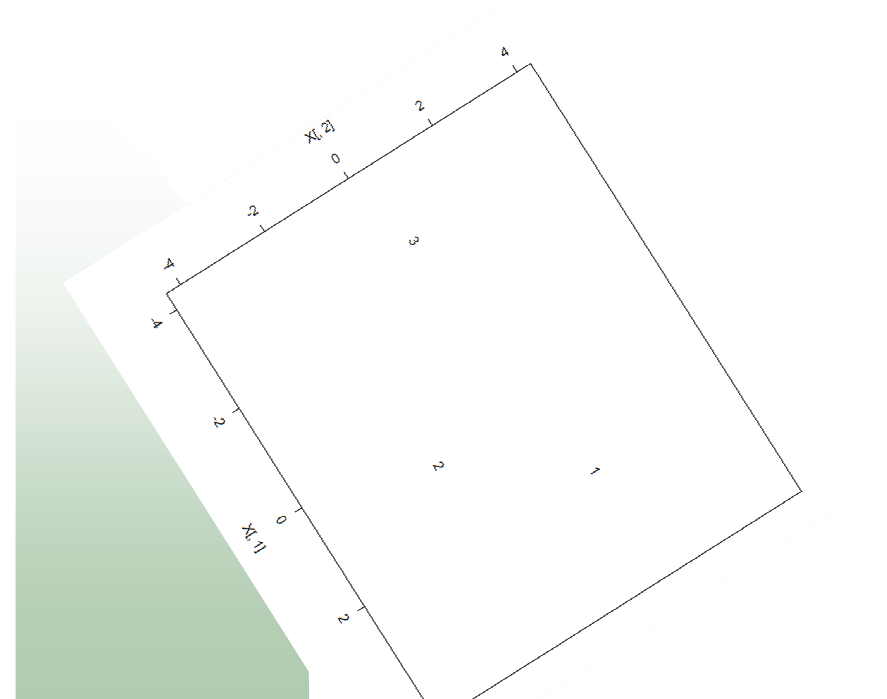
```
$eig
```

```
[1] 1.296415e+01 3.702519e+00 3.552714e-15
```

38



39



40

```
cmds <- function( 0, nr=2, plot=0 ){
  n=nrow(0)

  # double center 0^2
  I=diag(n); one=matrix(1,n,1)
  J=I-(1/n) * one %**% t(one)
  B = -(1/2) * J %**% 0^2 %**% J

  ev=eigen(B);
  eva=matrix(ev$values, length(ev$values), 1);
  eve=ev$vectors;

  X = eve[,1:nr] %**% diag(sqrt(eva[1:nr]))

  if( plot == 1 ){
    plot(X,type="n", xlim=c(-5,5), ylim=c(-5,5))
    text(X, rownames(0))
  }
  return( X )
} # end of cmds
```

41

nonmetric MDS

```
# data matrix
Y=matrix(c( -1, 1 , 0, 1 , 1, 1
            , -1, 0 , 0, 0 , 1, 0
            , -1, -1 , 0, -1 , 1, -1
            ), 9, 2, byrow=1)

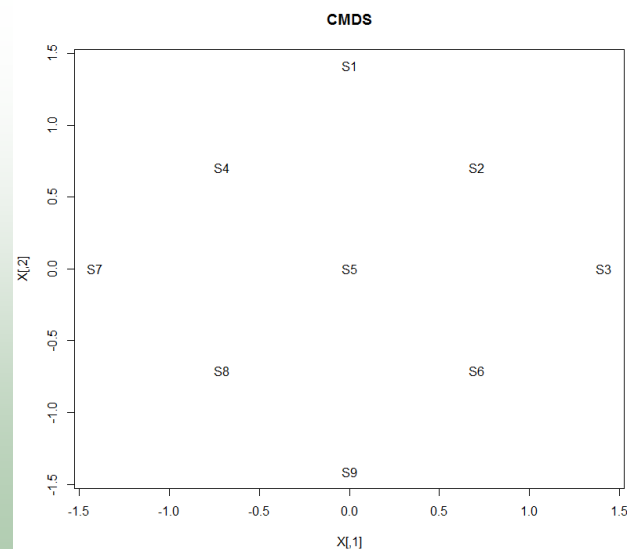
rownames(Y)=paste("S", 1:9, sep="")
plot(Y, main="original Y")
text(Y, rownames(Y))

# exact distance
O=dist(Y, diag=1, upper=1)

# classical MDS
resCMDS=cmdscale( 0, eig=TRUE, k=2 )
X=resCMDS$points
plot(X, main="CMDS", type="n")
text(X, rownames(Y))
```

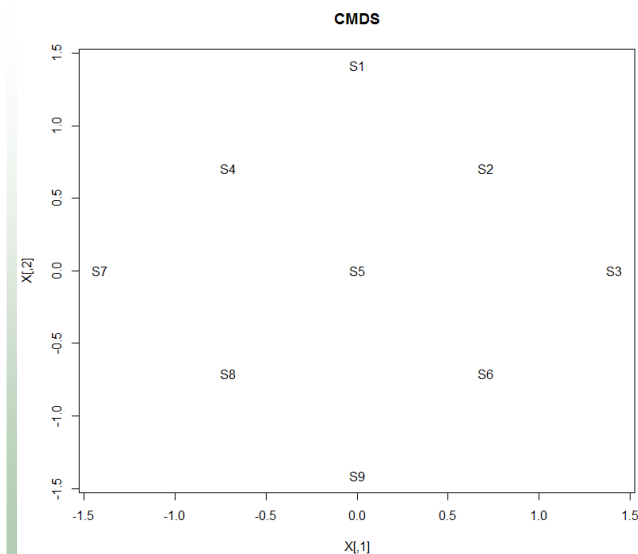
42

Y 行列



43

Classical MDS by cmdscale



44

最小2乗基準

$$RSS1 = \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^i (o_{ij} - d_{ij})^2$$

$$RSS1 = \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^i (\tau(o_{ij}) - d_{ij})^2$$

$$\frac{\partial RSS}{\partial x_{ka}} = -2 \sum_{j=1}^n (o_{kj} - d_{kj}) \frac{(x_{ka} - x_{ja})}{d_{kj}} = 0$$

45

package smacof

Symmetric smacof

Description

Multidimensional scaling (stress minimization: SMACOF) on symmetric dissimilarity matrix.

Usage

`smacofSym(delta, ndim = 2, type = c("ratio", "interval", "ordinal", "mspline"), weightmat = NULL, init = NULL, ties = "primary", verbose = FALSE, relax = FALSE, modulus = 1, itmax = 1000, eps = 1e-06, spline.degree = 2, spline.intKnots = 2)`

Arguments

`delta`

Either a symmetric dissimilarity matrix or an object of class "dist"

`ndim`

Number of dimensions

`weightmat`

Optional matrix with dissimilarity weights

`init`

Matrix with starting values for configurations (optional)

`type`

MDS type: "interval", "ratio", or "ordinal" (nonmetric MDS)

`ties`

Tie specification for ordinal MDS only: "primary", "secondary", or "tertiary"

`verbose`

If TRUE, intermediate stress is printed out

`relax`

If TRUE, block relaxation is used for majorization

`modulus`

Number of smacof iterations per monotone regression call

`itmax`

Maximum number of iterations

`eps`

Convergence criterion

`spline.degree`

Degree of the spline for "mspline" MDS type

`spline.intKnots`

Number of interior knots of the spline for "mspline" MDS type

46

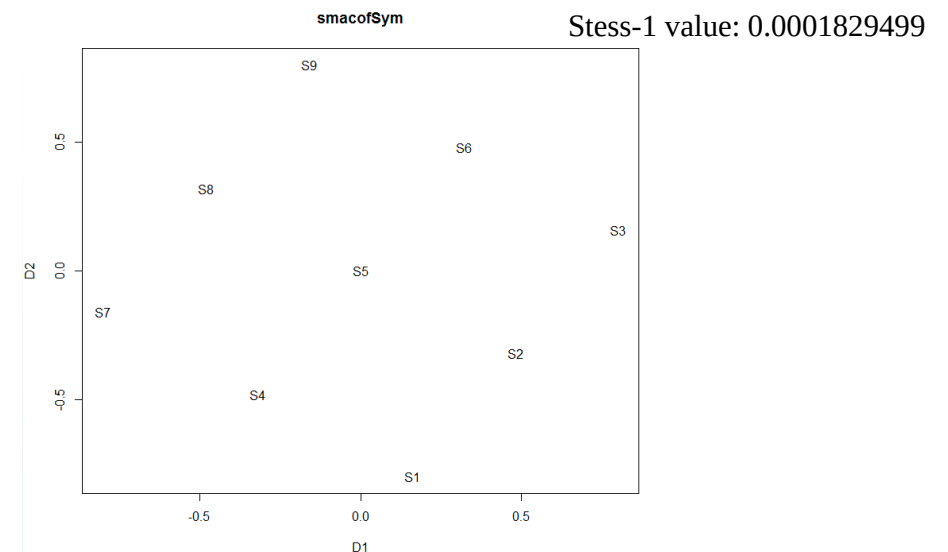
metric MDS by smacof

```
resSM=smacofSym( 0, ndim=2 )
print(resSM)
X=resSM$conf
plot(X, main="smacofSym", type="n")
text(X, rownames(Y))
```

```
resSM=smacofSym( 0^4, ndim=2 )
print(resSM)
X=resSM$conf
plot(X, main="data=0^4 smacofSym", type="n")
text(X, rownames(Y))
```

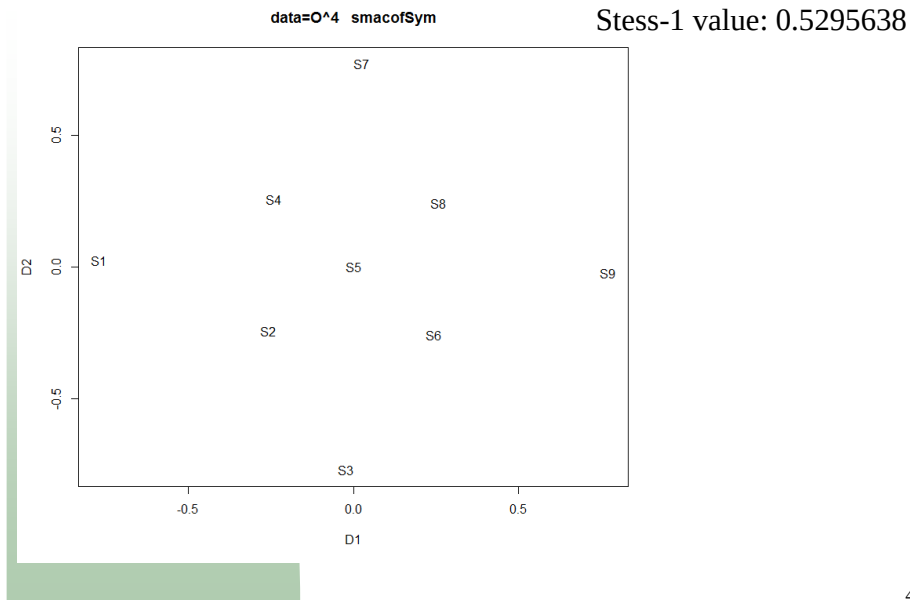
47

metric MDS by smacof



48

metric MDS by smacof O^4



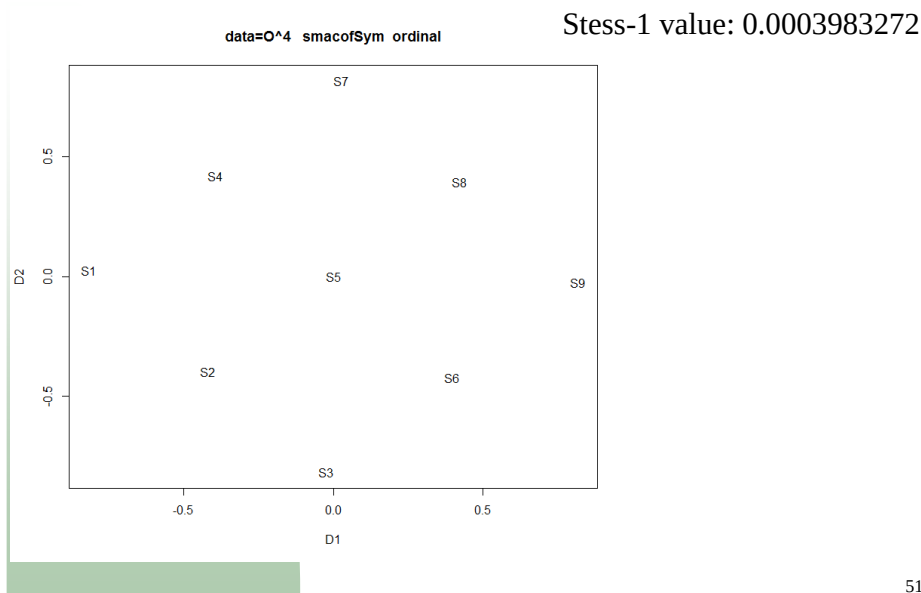
49

nonmetric MDS by smacof

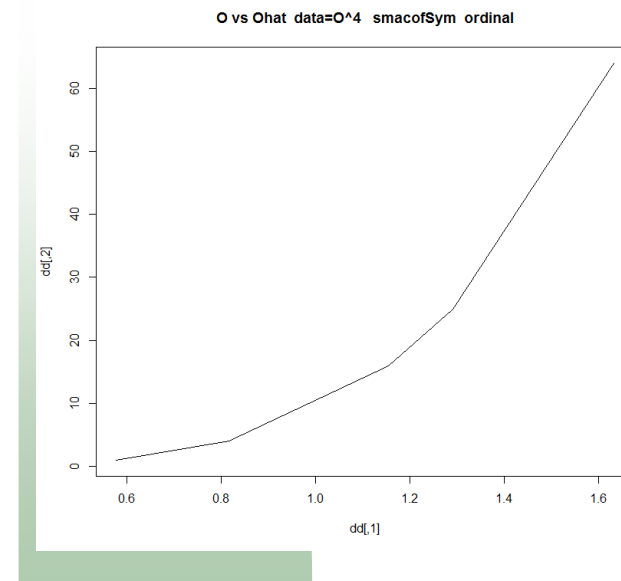
```
resSM=smacofSym( O^4, ndim=2, type="ordinal", ties="secondary" )
print(resSM)
X=resSM$conf
plot(X, main="data=O^4 smacofSym ordinal", type="n")
text(X, rownames(Y))
dd=cbind(resSM$obsdiss, resSM$delta)
dd=dd[order(dd[,1]),]
plot(dd, type="l", main="O vs Ohat data=O^4 smacofSym ordinal")

resSM=smacofSym( O^(1/4), ndim=2, type="ordinal", ties="secondary" )
print(resSM)
X=resSM$conf
plot(X, main="data=O^(1/4) smacofSym ordinal", type="n")
text(X, rownames(Y))
dd=cbind(resSM$obsdiss, resSM$delta)
dd=dd[order(dd[,1]),]
plot(dd, type="l", main="O vs Ohat data=O^(1/4) smacofSym ordinal")
```

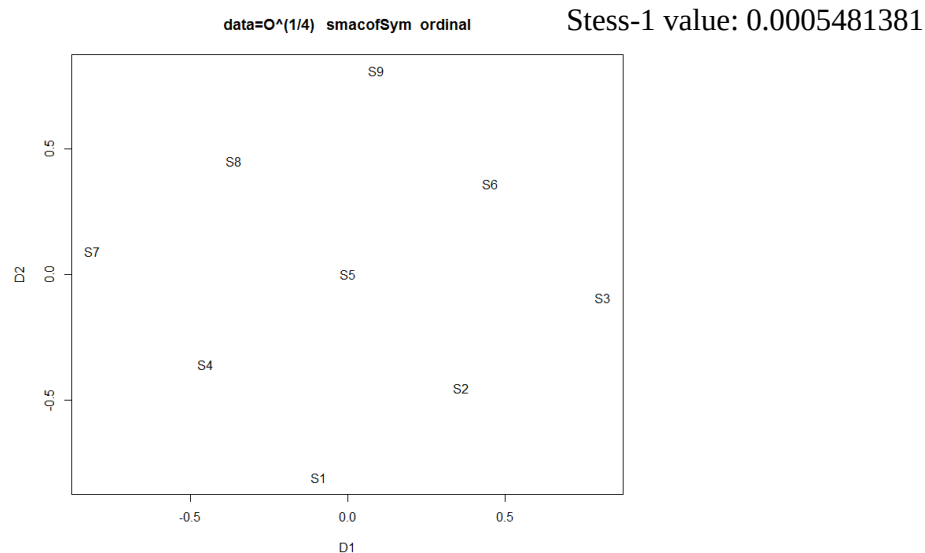
50



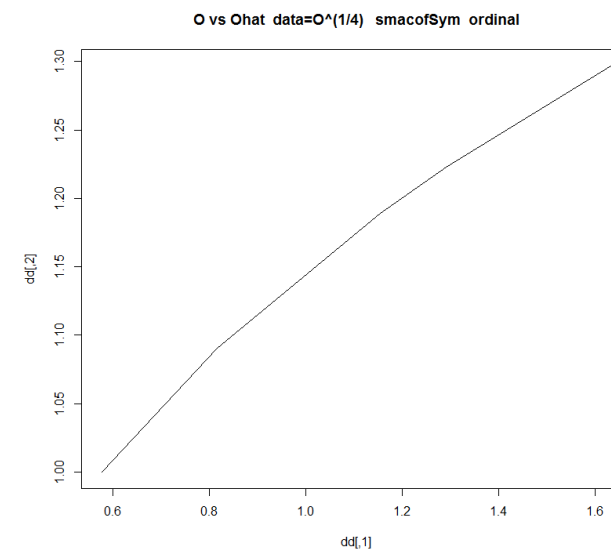
51



52



53



54

個人差モデル

$$d_{ijk}^2 = \sum_{a=1}^r w_{ka} (x_{ia} - x_{ja})^2$$

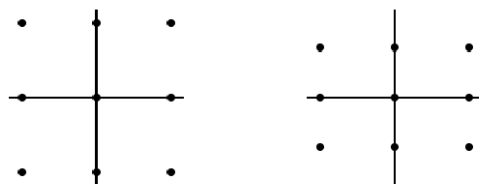


図 1: 個人差 MDS モデル [図 indclus]
 $w_{s1} > w_{s2}$ の場合

55

データ

Obs	NAMEA	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	subj
1	池袋	0.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	2.0	5.0	4.0	S1	
2	上野	5.0	0.0	1.0	2.0	4.0	4.0	5.0	5.0	4.0	S1	
3	浅草	5.0	1.0	0.0	4.0	4.0	4.0	5.0	5.0	4.0	S1	
4	銀座	5.0	2.0	4.0	0.0	1.0	4.0	4.0	5.0	2.0	S1	
5	新橋	5.0	4.0	4.0	1.0	0.0	4.0	5.0	4.0	2.0	S1	
6	品川	5.0	4.0	4.0	4.0	0.0	4.0	4.0	4.0	2.0	S1	
7	渋谷	5.0	5.0	5.0	4.0	5.0	4.0	0.0	2.0	2.0	S1	
8	新宿	2.0	5.0	5.0	5.0	4.0	4.0	2.0	0.0	2.0	S1	
9	六本木	5.0	4.0	4.0	2.0	2.0	4.0	2.0	0.0	1.0	S1	
10	赤坂	4.0	4.0	4.0	4.0	2.0	2.0	2.0	1.0	0.0	S1	
11	池袋	0.0	4.0	4.0	4.5	5.0	4.5	2.5	2.0	4.5	S2	
12	上野	4.0	0.0	1.0	4.0	3.0	4.0	4.0	4.0	4.0	S2	
13	浅草	4.0	1.0	0.0	3.5	2.0	4.5	4.5	4.0	4.0	S2	
14	銀座	4.5	4.0	3.5	0.0	1.0	2.0	3.5	4.0	1.0	S2	
15	新橋	5.0	3.0	2.0	1.0	0.0	2.0	2.5	4.0	2.0	S2	
16	品川	4.5	4.0	4.5	2.0	2.0	0.0	2.5	3.5	2.0	S2	
17	渋谷	2.5	4.0	4.5	3.5	2.5	2.5	0.0	2.0	1.0	S2	
18	新宿	2.0	4.0	4.0	4.0	4.0	3.5	2.0	0.0	4.0	S2	
19	六本木	4.5	4.0	4.0	1.0	2.0	2.0	2.0	4.0	0.0	S2	
20	赤坂	4.0	4.0	4.0	2.0	2.0	2.0	1.0	2.0	1.0	S2	
21	池袋	0.0	3.0	3.0	3.0	5.0	4.0	3.0	2.0	4.0	S3	

56

smacof for Individual Differences

Description

Performs smacof for individual differences also known as Three-Way smacof on a list of dissimilarity matrices. Various restrictions decompositions and restrictions on the weight matrix are provided.

Usage

```
smacofIndDiff(delta, ndim = 2, type = c("ratio", "interval", "ordinal"),
  constraint = c("indscale", "idioscal", "identity"),
  weightmat = NULL, init = NULL, ties = "primary", verbose = FALSE,
  modulus = 1, itmax = 1000, eps = 1e-6)
```

Arguments

delta	A list of dissimilarity matrices or a list objects of class dist
ndim	Number of dimensions
type	MDS type
weightmat	Optional matrix with dissimilarity weights
init	Matrix with starting values for configurations (optional)
ties	Tie specification for non-metric MDS
constraint	Either "indscale", "idioscal", or "identity" (see details)
verbose	If TRUE, intermediate stress is printed out
modulus	Number of smacof iterations per monotone regression call
itmax	Maximum number of iterations
eps	Convergence criterion

57

program

```
# read data from txt file
data=read.table("d:/Rpgm/MDS/TKOData2.dat", header=1)
Print(data)
```

```
# rearrange data as a list
nG=21; n=10
rname=as.character(data[1:n,2])
sname=as.character(data[seq(1,nG*n,n),n+3])
datalist=NULL
for( k in 1:nG){
  mat=data[(n*(k-1)+1):(k*n),3:(n+2)]
  rownames(mat)=rname
  colnames(mat)=sname
  Print(mat,digits=1)
  datalist=append(datalist,list(mat))
}
names(datalist)=sname
Print(datalist)
```

58

```
> datalist
```

```
$S1
```

	池袋	上野	浅草	銀座	新橋	品川	渋谷	新宿	六本木	赤坂
池袋	0	5	5	5	5	5	5	2	5	4
上野	5	0	1	2	4	4	5	5	4	4
浅草	5	1	0	4	4	4	5	5	4	4
銀座	5	2	4	0	1	4	4	5	2	4
新橋	5	4	4	1	0	4	5	4	2	2
品川	5	4	4	4	4	0	4	4	4	2
渋谷	5	5	5	4	5	4	0	2	2	2
新宿	2	5	5	5	4	4	2	0	2	2
六本木	5	4	4	2	2	4	2	2	0	1
赤坂	4	4	4	4	2	2	2	2	1	0

```
$S2
```

	池袋	上野	浅草	銀座	新橋	品川	渋谷	新宿	六本木	赤坂
池袋	0.0	4	4.0	4.5	5.0	4.5	2.5	2.0	4.5	4
上野	4.0	0	1.0	4.0	3.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4
浅草	4.0	1	0.0	3.5	2.0	4.5	4.5	4.0	4.0	4
銀座	4.5	4	3.5	0.0	1.0	2.0	3.5	4.0	1.0	2
新橋	5.0	3	2.0	1.0	0.0	2.0	2.5	4.0	2.0	2
品川	4.5	4	4.5	2.0	2.0	0.0	2.5	3.5	2.0	2
渋谷	2.5	4	4.5	3.5	2.5	2.5	0.0	2.0	2.0	1
新宿	2.0	4	4.0	4.0	4.0	3.5	2.0	0.0	4.0	2
六本木	4.5	4	4.0	1.0	2.0	2.0	2.0	4.0	0.0	1
赤坂	4.0	4	4.0	2.0	2.0	2.0	1.0	2.0	1.0	0

```
$S3
```

	池袋	上野	浅草	銀座	新橋	品川	渋谷	新宿	六本木	赤坂
池袋	0	3	3	3	5	4	3	2	4	3

59

program

```
# load package
library(smacof)

# run smacof
res <- smacofIndDiff(datalist, constraint = "indscale", type="ordinal")
```

```
# subject weight
Walld=res$cweights
Wall=t( supply(Walld,colSums) )
```

```
# common stimulus configuration
X=res$gspace
rownames(X)=rname
```

```
# scaled configuration for each subject
Xall=res$conf
```

60

program

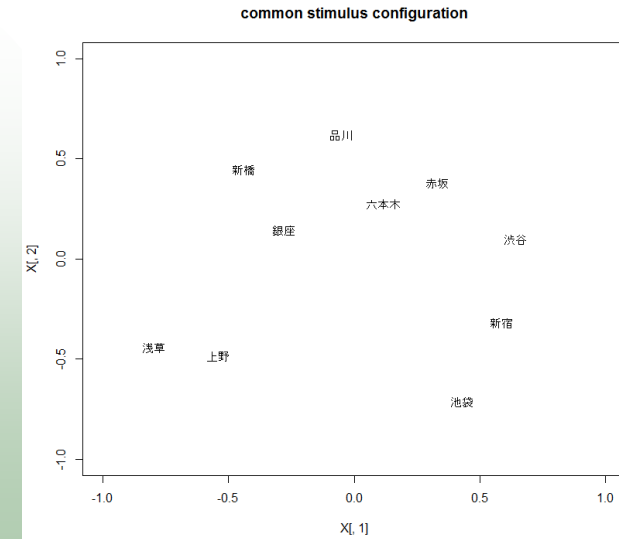
```
# plot X
plot(X[, 1], X[, 2], xlim=c(-1, 1), ylim=c(-1, 1), type="n"
      , main="common stimulus configuration")
text(X[, 1], X[, 2], rname)

# plot W
plot(Wall, xlim=c(0, 1.5), ylim=c(0, 1.5), type="n"
      , main="subject wieghts")
text(Wall, sname)

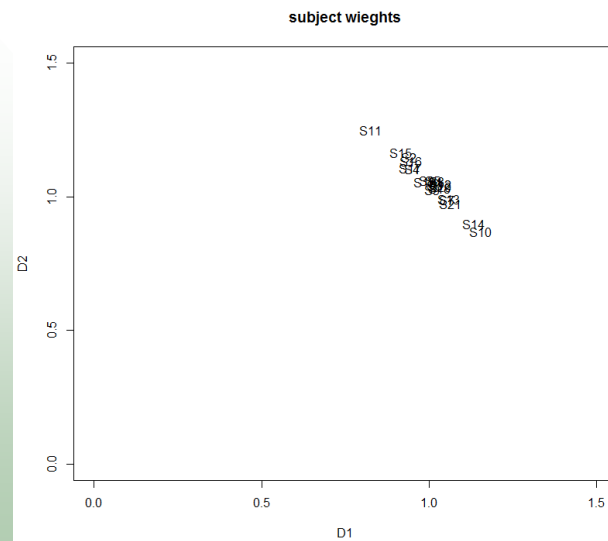
# subject # 10
plot(Xa11[[10]][, 1], Xa11[[10]][, 2], xlim=c(-1, 1), ylim=c(-1, 1)
      , main="subject 10")
text(Xa11[[10]][, 1], Xa11[[10]][, 2], rname)

# subject # 11
plot(Xa11[[11]][, 1], Xa11[[11]][, 2], xlim=c(-1, 1), ylim=c(-1, 1)
      , main="subject 11")
text(Xa11[[11]][, 1], Xa11[[11]][, 2], rname)
```

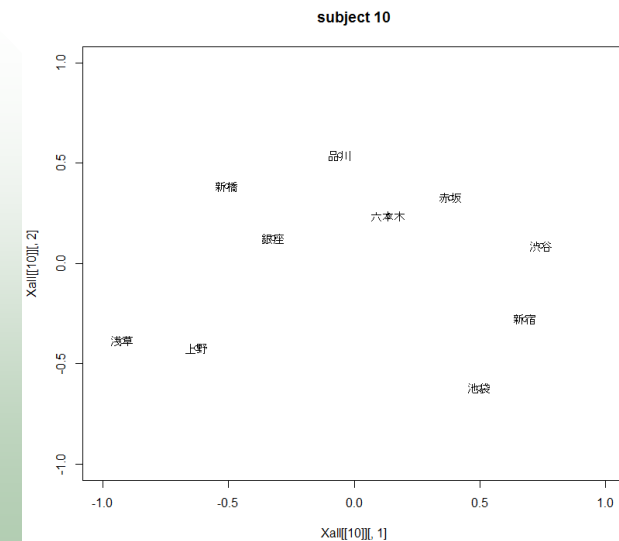
61



62



63



64

