心理・教育測定法
基礎編A

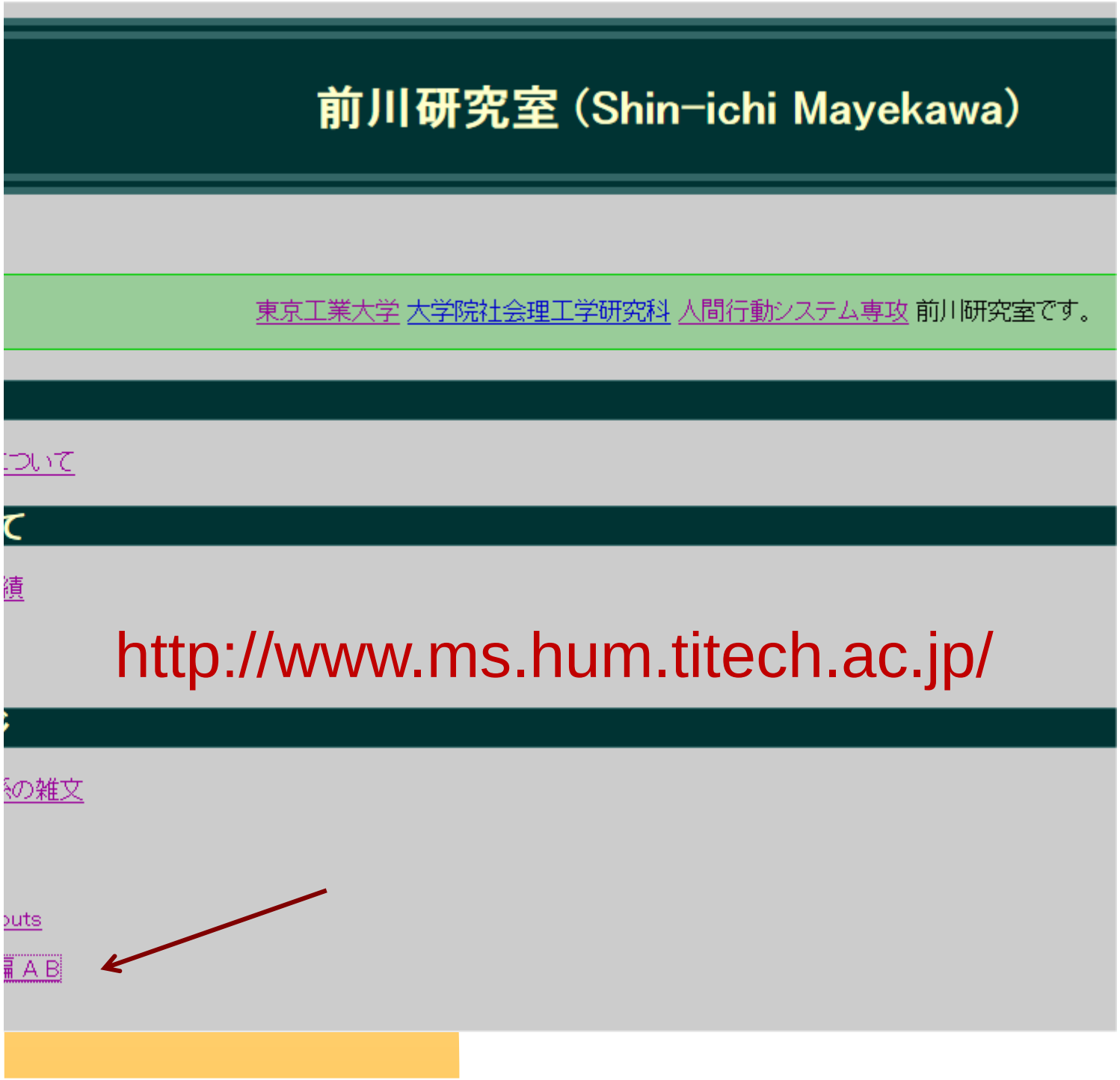
2017年度　心理・教育測定基礎編 A・B
心理・教育測定演習 A・B

心理・教育測定法（基礎編）A・B
木曜日　7-8限：W607　　担当 前川

4月 6日	オリエンテーション	前川
4月13日	統計量の計算・相関と回帰	
4月20日	統計的推測の基礎	
4月27日	一つの母平均に関する推測	
5月11日	二つの母平均に関する推測	
5月18日	複数の母平均に関する推測	
5月25日	分散分析法と回帰分析	
6月 1日	まとめ	
6月15日	イントロ	
6月22日	多次元尺度法による個体の分類	
6月29日	クラスター分析による個体の分類	
7月 6	回帰分析	
7月13日	因子分析	
7月21日	共分散分析と構造方程式モデル	栗山
7月27日	その他の方法	
8月 4日	まとめ	

人間行動システム統計演習A・B　　担当　前川
木曜日　9-10限 W607　　栗山

1	オリエンテーション	
2	データフレームの操作	
3	ヒストグラム、クロス集計	
4	相関と回帰	
5	平均値に関する推測	
6	分散分析1	
7	分散分析2	
8	まとめ	
1	イントロ	
2	多次元尺度法	
3	クラスター分析	栗山
4	回帰分析	
5	因子分析	
6	共分散分析と構造方程式モデル	栗山
7	その他の方法	
8	まとめ	


前川研究室（Shin-ichi Mayekawa）
東京工業大学 大学院社会理工学研究科 人間行動システム専攻 前川研究室です。
について
績
http://www.ms.hum.titech.ac.jp/
の雑文
outs
編ＡＢ

統計的方法

- データの記述
  - 度数分布他
  - データの位置を示す指標（点推定値）
  - データの散らばり度合いを表す指標

- 統計的推測
  - 現象のモデルとしての確率分布
  - 母集団からのサンプルとしてのデータ　標本分布
  - 母集団の位置に関する推測　　統計的推定・検定
  - 複数母集団の比較

- 複数変数間の関係　→ 基礎編 B

大事なこと：二つの世界

- 見える世界
  - データ、標本 (sample)
  - 標本統計量 (statistic)
- 見えない世界
  - 母集団、母集団分布
  - 母数 (parameta)　未知の定数
- 統計学の目的は
  標本（可視）から母集団（不可視）を推測

データ

- 標本サイズ、サンプルサイズ、　N, n
  - 観測対象である個体の数、
    number of observations, # of records
- 変数 variable
  - 観測した内容のこと
- 変数の数値的性質
  - 尺度水準
  - 連続か、離散か
  - 計測値か、計数値か

成績データ

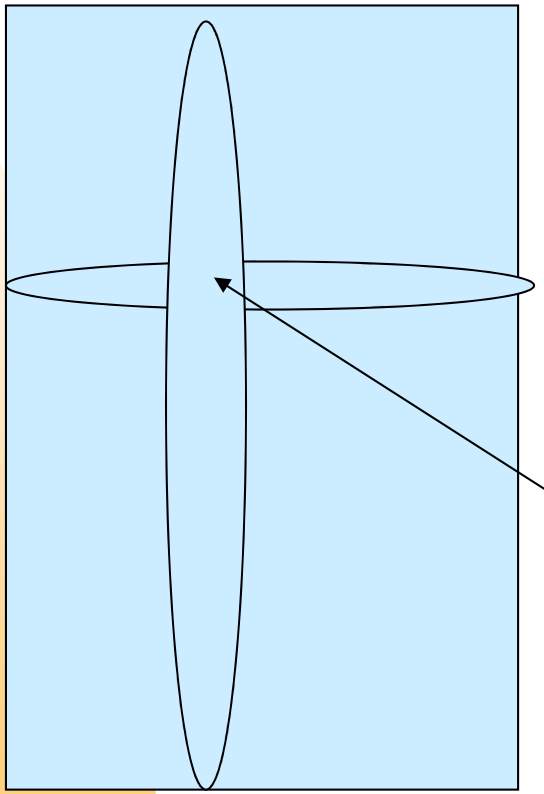
ID	Gen	T1	Sco	GPA	ID	Gen	T1	Sco	GPA	ID	Gen	T1	Sco	GPA
1	1	165	60	3	18	1	114	56	3	35	1	155	46	3
2	1	127	62	3	19	0	140	45	4	36	1	85	66	3
3	1	146	50	4	20	1	91	70	4	37	0	221	86	4
4	1	109	47	2	21	1	93	60	3	38	1	116	45	3
5	0	72	19	3	22	1	159	44	3	39	0	118	51	4
6	0	70	40	3	23	0	141	28	2	40	0	110	40	4
7	0	88	37	3	24	1	131	70	3	41	1	123	52	3
8	0	33	37	2	25	1	143	67	4	42	1	146	46	5
9	1	196	71	5	26	0	224	90	4	43	0	89	29	2
10	1	142	72	3	27	0	126	77	3	44	1	144	69	5
11	0	170	61	4	28	0	202	63	5	45	0	91	46	3
12	1	217	77	5	29	1	93	49	2	46	0	55	0	1
13	0	106	59	2	30	0	54	9	2	47	1	52	53	3
14	1	128	42	3	31	1	108	34	2	48	1	157	57	3
15	1	32	14	1	32	1	92	32	3	49	0	93	34	3
16	0	152	57	2	33	0	133	56	3	50	0	49	37	2
17	0	39	36	1	34	0	0	11	2					

尺度水準

- 尺度の4つの種類
  - 比率尺度
  - 間隔尺度
  - 順序尺度
  - 名義尺度

データ行列

j 列　j=1,2,…,p



i行

i=1,
2,3,
…
n

y_{ij}

個体 i の変数 j による測定値

有名人データ

http://note.chiebukuro.yahoo.co.jp/detail/n5672

	name	height	weight	gender	genre
1	香取慎吾	180.0	71	M	歌手
2	稲垣吾郎	176.0	63	M	歌手
3	木村拓哉	176.0	74	M	歌手
4	草彅剛	170.0	60	M	歌手
5	中居正広	165.0	55	M	歌手
10	大野智	166.0	52	M	歌手
92	木村カエラ	154.0	45	F	歌手
93	米良美一	142.7	35	F	歌手
94	中村昌也	192.0	80	M	俳優
95	阿部寛	189.0	75	M	俳優
96	城田優	188.0	96	M	俳優
97	松重豊	188.0	72	M	俳優
367	ザ・たっち	151.0	43	M	その他
368	池乃めだか	150.0	35	M	その他
369	猫ひろし	147.0	35	M	その他
370	山崎静代(南海)	182.0	64	F	その他
371	冨永愛	179.0	70	F	その他
372	熊井友理奈	176.0	59	F	その他

データの記述、要約

- データのグラフ（視覚化）
  - 幹葉表示 stem and leaf
  - 度数分布図、ヒストグラム histogram
  - 箱ひげ図 box and whisker plot
- データの数値的要約
  - データの中心の位置
  - データの散らばりの大きさ
  - データの形、位置

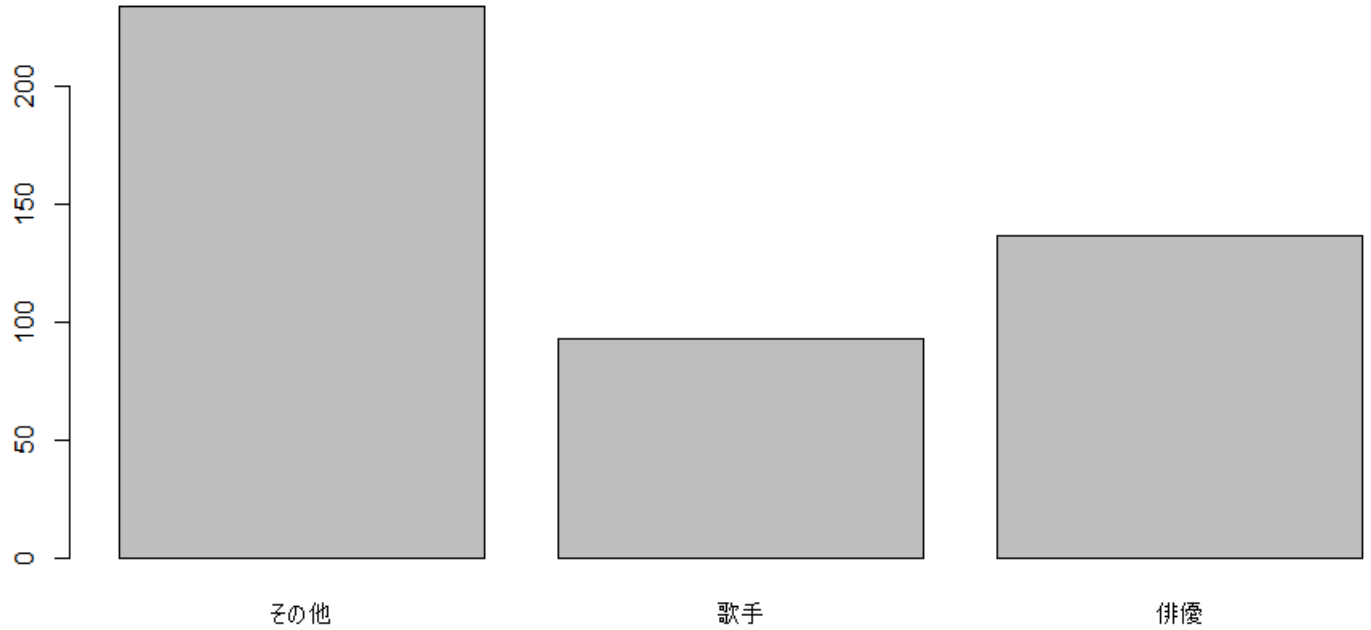
離散データの度数分布


```
>table(gender)
gender
  F   M
203 261
```

```
>table(genre)
genre
その他 歌手 俳優
  234   93  137
```

度数分布表と度数分布図

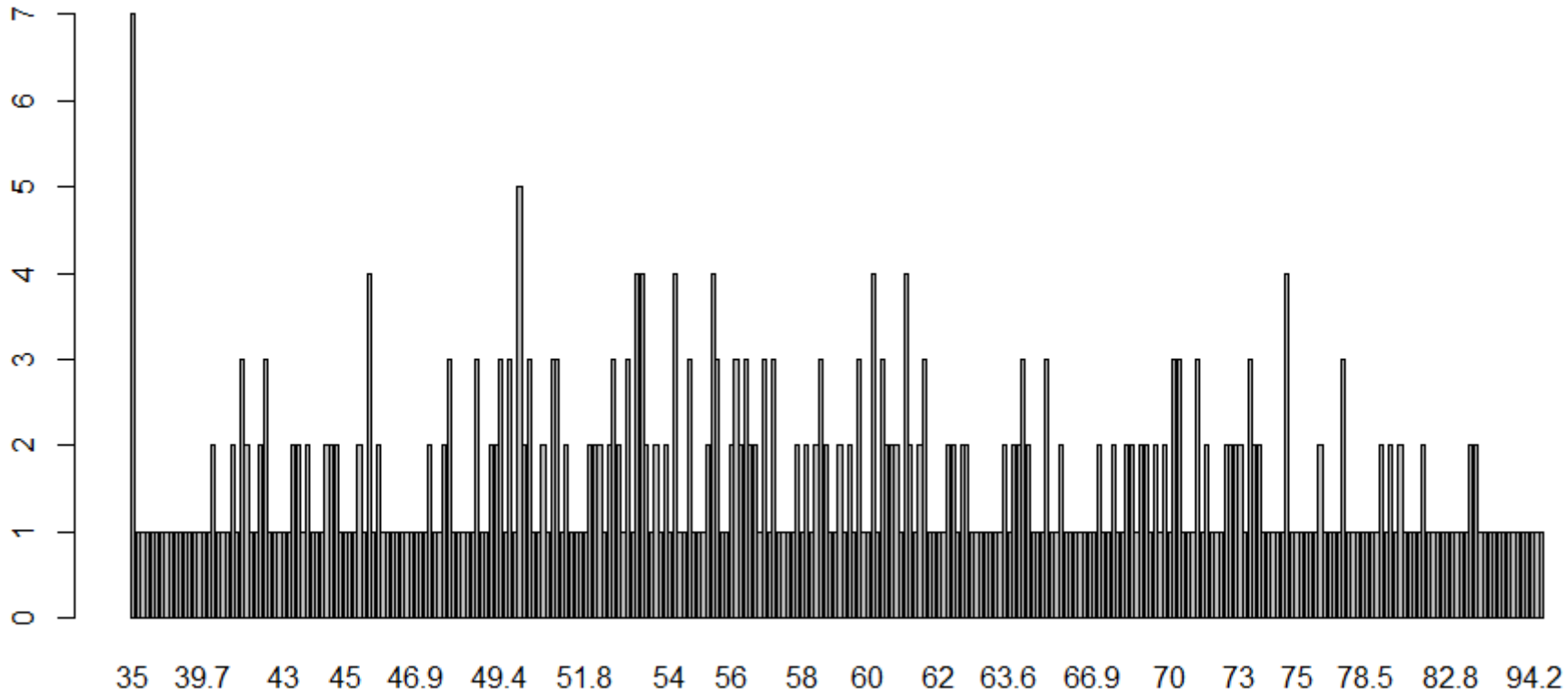

```
>table(genre)
genre
その他 歌手 俳優
   234   93  137
```



離散データの度数分布


```
> table(weight)
weight
  35 35.2 35.6 36.6   37 37.4 37.5 37.6 37.9 38.1 38.8 38.9 39.1 39.2 39.4 39.7 39.8   40 40.3 40.6 40.7 40.9   41
   7    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    2    1    1    1    2    1

41.1 41.6   42 42.2 42.5 42.6 42.7 42.8 42.9   43 43.1 43.2 43.6 43.9   44 44.1 44.3 44.5 44.6 44.7 44.8 44.9   45
   3    2    1    1    2    3    1    1    1    1    1    2    2    1    2    1    1    1    2    2    2    1    1

45.3 45.4 45.5 45.7 45.8 45.9   46 46.1 46.2 46.3 46.4 46.5 46.6 46.8 46.9   47 47.2 47.3 47.4 47.7 47.9   48 48.1
   1    1    2    1    4    1    2    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    2    1    1    2    3    1

48.2 48.3 48.4 48.5 48.6 48.7 48.9 49.1 49.3 49.4 49.7 49.8   50 50.1 50.2 50.3 50.4 50.6 50.7 50.9   51 51.1 51.2
   1    1    1    1    3    1    1    2    2    3    1    3    1    5    2    3    1    1    2    1    3    3    1

51.3 51.4 51.5 51.7 51.8 51.9   52 52.3 52.5 52.6 52.7 52.8 52.9   53 53.1 53.2 53.3 53.4 53.5 53.7 53.8 53.9   54
   2    1    1    1    1    2    2    2    1    2    3    2    1    3    1    4    4    2    1    2    1    2    1

54.1 54.3 54.6 54.7 54.8 54.9   55 55.1 55.3 55.5 55.8 55.9   56 56.2 56.3 56.4 56.6 56.8 56.9   57 57.1 57.2 57.3
   4    1    1    3    1    1    1    2    4    3    1    1    2    3    2    3    2    2    1    3    1    3    1

57.4 57.5 57.6 57.9   58 58.1 58.4 58.5 58.6 58.7 58.9   59 59.1 59.2 59.3 59.5 59.6 59.8   60 60.1 60.2 60.4 60.5
   1    1    1    2    1    2    1    2    3    2    1    1    2    1    2    1    3    1    1    4    1    3    2

60.6 60.7 60.8 60.9 61.2 61.4 61.5 61.6 61.7 61.8   62 62.1 62.2 62.3 62.4 62.5 62.6 62.8 62.9   63 63.1 63.2 63.3
   2    2    1    4    2    1    2    3    1    1    1    1    2    2    1    2    2    1    1    1    1    1    1

63.4 63.5 63.6 63.7 63.8 63.9   64 64.1 64.3 64.4 64.5 64.8 65.5 65.6 65.9   66 66.1 66.2 66.5 66.8 66.9   67 67.1
   1    2    1    2    2    3    2    1    1    1    3    1    1    2    1    1    1    1    1    1    1    2    1

67.3 67.4 67.6 67.7 67.8   68 68.3 68.9 69.2 69.3 69.4 69.5 69.9   70 70.2 70.6 70.9   71 71.1 71.2 71.4 71.5 71.6
   1    2    1    1    2    2    1    2    2    1    2    1    2    1    3    3    1    1    1    3    1    2    1

71.7   72 72.2 72.7 72.8   73 73.1 73.2 73.6 73.9   74 74.1 74.4 74.5 74.7 74.8 74.9   75 75.1 75.2 75.3 75.5 75.9
   1    1    2    2    2    2    1    3    2    2    1    1    1    1    1    4    1    1    1    1    1    1    2

76.3 76.4 76.5 76.6 76.7 76.8 77.2 77.4 78.3 78.5 78.9   79 79.1 79.2 79.3 79.4 79.7 80.1 80.3 80.5 80.6 80.7 81.3
   1    1    1    1    3    1    1    1    1    1    1    1    2    1    2    1    2    1    1    1    1    2    1

81.4 82.1 82.5 82.6 82.8 83.5 83.6 83.8   84 84.2 84.9 85.1   86 86.3 86.4 86.5 86.8 87.2 87.8 88.9 92.7 92.8 94.2
   1    1    1    1    1    1    1    1    2    2    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1
96.1
   1
```

度数分布図


0
1
2
3
4
5
6
7
35
39.7
43
45
46.9
49.4
51.8
54
56
58
60
62
63.6
66.9
70
73
75
78.5
82.8
94.2

連続データの度数分布

- Stem and Leaf Plot

stem(weight, width=90, scale=3)

```
> stem(weight, width=90, scale=3)

The decimal point is at the |

 35 | 000000026
 36 | 6
 37 | 04569
 38 | 189
 39 | 12478
 40 | 0036799
 41 | 011166
 42 | 0255666789
 43 | 0122669
 44 | 001356677889
 45 | 03455788889
 46 | 0012345689
 47 | 02334799
 48 | 0001234566679
 49 | 11334447888
 50 | 011111223334677 9
 51 | 00011123345789 9
 52 | 003356677788 9
 53 | 0001222233334457789 9
 54 | 011113677789
 55 | 011333355589
 56 | 002223344466889
 57 | 000122234569 9
 58 | 011455666779
 59 | 01123356668
 60 | 011112444556667789999
 61 | 2245566678
 62 | 012233455689
 63 | 012345567788999
 64 | 001345558
 65 | 5669
 66 | 012589
 67 | 0013446788
 68 | 00399
 69 | 22344599
 70 | 02226669
 71 | 0122245567
 72 | 0227788
 73 | 0012226699
 74 | 0145788889
 75 | 0123599
 76 | 34567778
 77 | 24
 78 | 359
 79 | 011233477
 80 | 135677
 81 | 34
 82 | 1568
 83 | 568
 84 | 00229
 85 | 1
 86 | 03458
 87 | 28
 88 | 9
 89 |
 90 |
 91 |
 92 | 78
 93 |
 94 | 2
 95 |
 96 |
```

連続データの度数分布

- Stem and Leaf Plot

```
> stem(weight, width=90, scale=3)

  The decimal point is at the |

  35 | 000000026
  36 | 6
  37 | 04569
  38 | 189
  39 | 12478
  40 | 0036799
  41 | 011166
  42 | 0255666789
  43 | 0122669
  44 | 001356677889
  45 | 03455788889
  46 | 0012345689
  47 | 02334799
  48 | 0001234566679
  49 | 11334447888
  50 | 0111112233346779
  51 | 000111233457899
  52 | 003356777889
  53 | 0001222233334457899
  54 | 011113677789
  55 | 011333355589
  56 | 002223344466889
  57 | 000122345699
  58 | 01145566779
  59 | 01123356668
  60 | 011112444556677899999
  61 | 2245566678
  62 | 012234556689
  63 | 012345567788999
  64 | 001345558
  65 | 5669
  66 | 012589
  67 | 0013446788
  68 | 00399
  69 | 22344599
  70 | 02226669
  71 | 0122245567
  72 | 0227788
  73 | 0012226699
  74 | 0145788889
  75 | 0123599
  76 | 34567778
  77 | 24
  78 | 359
  79 | 011233477
  80 | 135677
  81 | 34
  82 | 1568
  83 | 568
  84 | 00229
  85 | 1
  86 | 03458
  87 | 28
  88 | 9
  89 |
  90 |
  91 |
  92 | 78
  93 |
  94 | 2
  95 |
  96 |
```

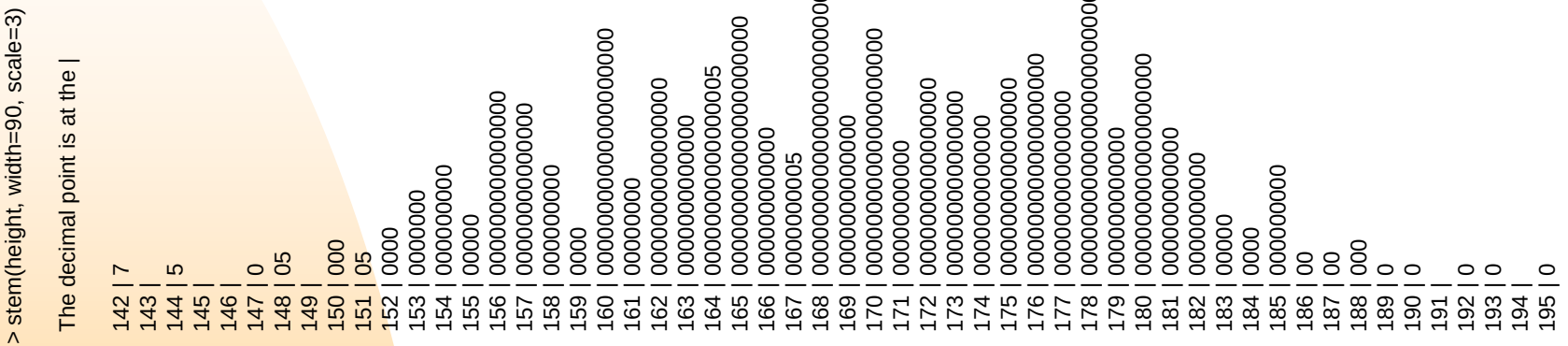
35	35.2	35.6	36.6	37	37.4	37.5	37.6	37.9	38.1	38.8	38.9	39.1	39.2	39.4	39.7	39.8
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

The decimal point is at the |

35 | 000000026
36 | 6
37 | 04569
38 | 189
39 | 12478

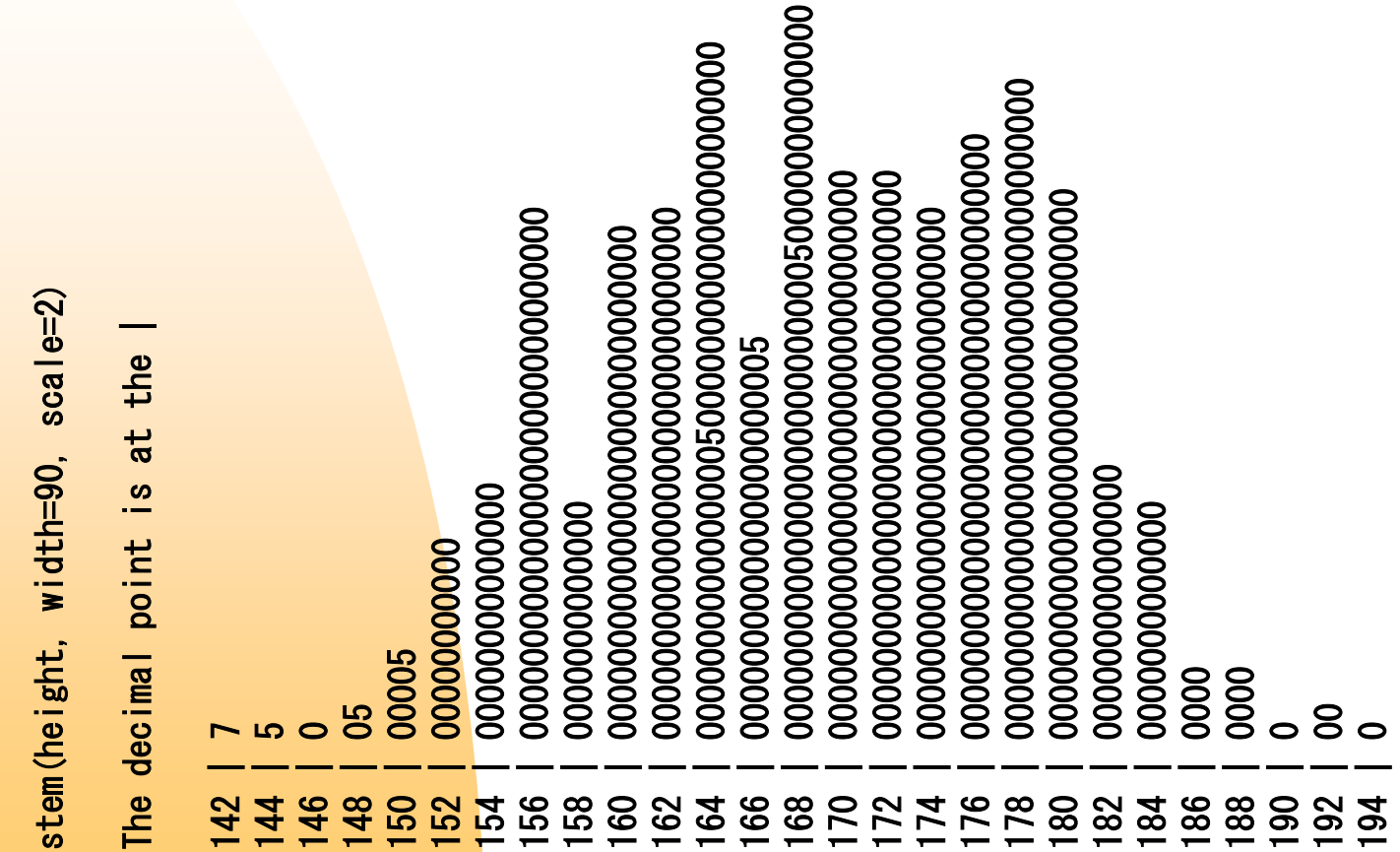
連続データの度数分布

- Stem and Leaf of Height



連続データの度数分布

- 離散化してから計算する



```
> stem(height, width=90, scale=2)

  The decimal point is at the |

  142 | 7
  144 | 5
  146 | 0
  148 | 05
  150 | 00005
  152 | 0000000000
  154 | 0000000000000000000
  156 | 0000000000000000000000000000000
  158 | 0000000000000000
  160 | 0000000000000000000000000
  162 | 0000000000000000000000000000
  164 | 0000000000000005000000000000000000
  166 | 0000000000000000000005
  168 | 0000000000000000000000000500000000000000
  170 | 0000000000000000000000000000000000
  172 | 0000000000000000000000000000000000
  174 | 0000000000000000000000000000000
  176 | 0000000000000000000000000000000000000
  178 | 0000000000000000000000000000000000000000
  180 | 0000000000000000000000000000000000
  182 | 0000000000000000000
  184 | 0000000000000000
  186 | 0000
  188 | 0000
  190 | 0
  192 | 00
  194 | 0
```

連続データの度数分布

- 離散化してから計算する

```
> stem(height, width=90)

  The decimal point is 1 digit(s) to the right of the |

  14 | 3
  14 | 5789
  15 | 000122222333333344444444444
  15 | 555556666666666666677777777777777888888889999
  16 | 000000000000000000011111111222222222222222233333333333334444444444444444
  16 | 555555555555555555566666666666677777777788888888888888888888888899999999
  17 | 000000000000000000011111111112222222222222223333333333333344444444444444
  17 | 555555555555555566666666666677777777778888888888888888888888888899999999
  18 | 000000000000000000111111111112222222222333334444
  18 | 55555555566778889
  19 | 023
  19 | 5
```

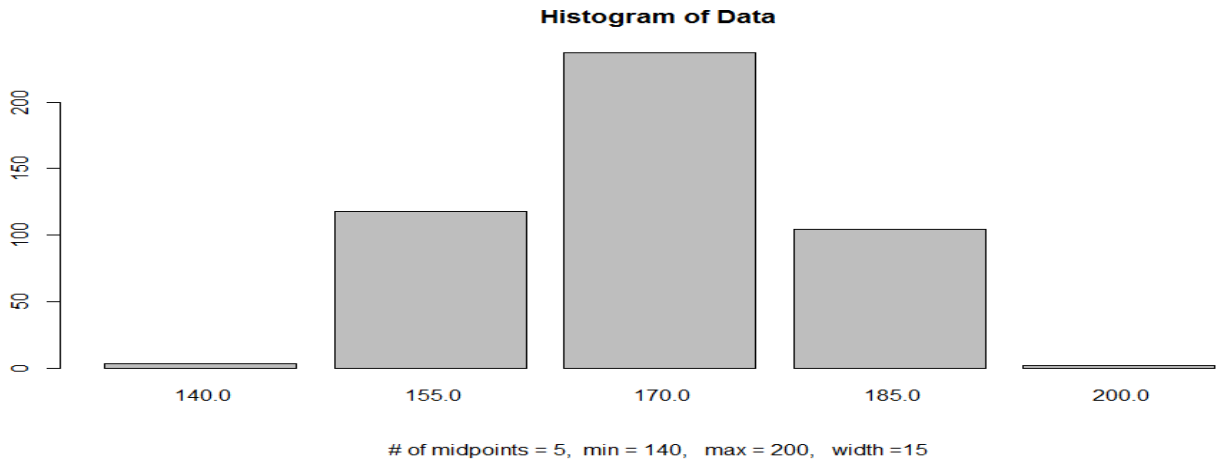

```
> stem(height, width=90)

  The decimal point is 1 digit(s) to the right of the |

  14 | 3
  14 | 5789
  15 | 000122222333333344444444444
  15 | 555556666666666666677777777777777888888889999
  16 | 000000000000000000011111111222222222222222233333333333334444444444444444
  16 | 555555555555555555566666666666677777777788888888888888888888888899999999
  17 | 000000000000000000011111111112222222222222223333333333333344444444444444
  17 | 555555555555555566666666666677777777778888888888888888888888888899999999
  18 | 000000000000000000111111111112222222222333334444
  18 | 55555555566778889
  19 | 023
  19 | 5
```

連続データの度数分布


```
Frequency Distribution

 n  =   464 ,   nobs  =   464

 npoints  =   3 ,   min  =   140 ,   max  =   200 ,   width  =   30

Categorization of Variable:  frequency
    NA  <   140.0  <=   155.0        35
 155.0  <   170.0  <=   185.0       417
 185.0  <   200.0  <=      NA        12
```

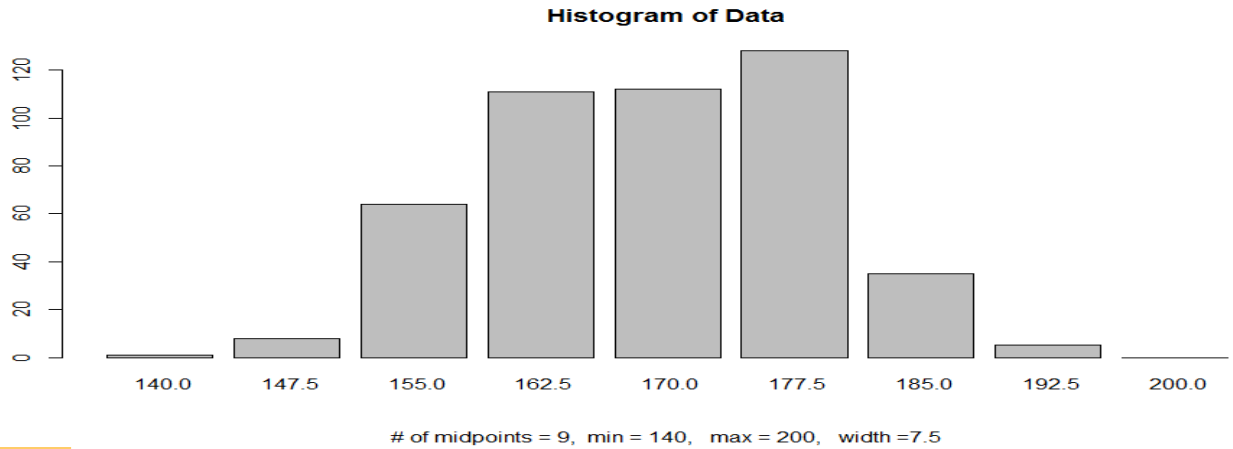
連続データの度数分布


```
Frequency Distribution

 n  =   464 ,   nobs  =   464

 npoints  =   5 ,   min  =   140 ,   max  =   200 ,   width  =   15

Categorization of Variable:  frequency
    NA  <   140.0  <=   147.5       3
 147.5  <   155.0  <=   162.5     118
 162.5  <   170.0  <=   177.5     237
 177.5  <   185.0  <=   192.5     104
 192.5  <   200.0  <=      NA       2
```



連続データの度数分布


```
Frequency Distribution

 n  =   464 ,   nobs  =   464

 npoints  =   9 ,   min  =   140 ,   max  =   200 ,   width  =   7.5

Categorization of Variable:  frequency
    NA  <   140.0  <=   143.8       1
 143.8  <   147.5  <=   151.2       8
 151.2  <   155.0  <=   158.8      64
 158.8  <   162.5  <=   166.2     111
 166.2  <   170.0  <=   173.8     112
 173.8  <   177.5  <=   181.2     128
 181.2  <   185.0  <=   188.8      35
 188.8  <   192.5  <=   196.2       5
 196.2  <   200.0  <=      NA       0
```



ヒストグラム：度数分布

147.5 < 155.0 <= 162.5 118

break 境界値	midpoint 代表値	break 境界値	frequency 度数
b_{j-1}	$<$ x_j	$<=$ b_j	f_j

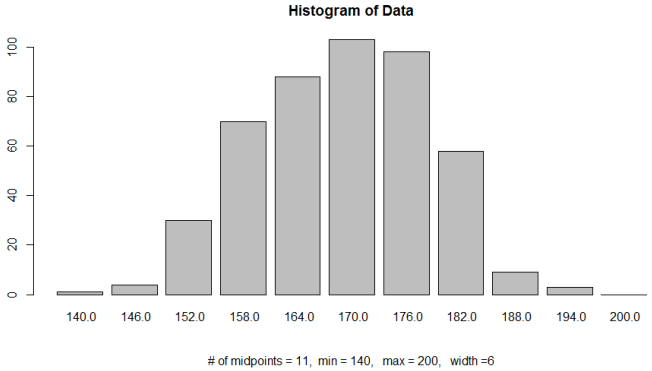
度数分布、相対度数分布

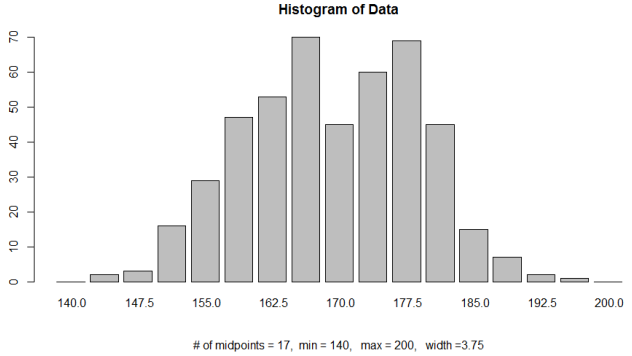
$$(x_j, f_j), \quad j = 1, 2, \ldots, k \qquad \sum_{j=1}^{k} f_j = n$$

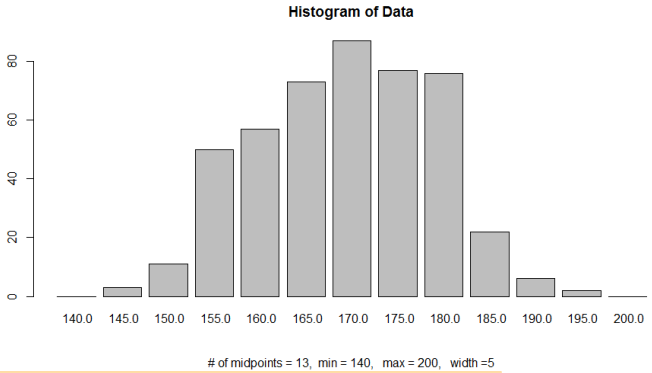
$$(x_j, p_j), \quad j = 1, 2, \ldots, k$$

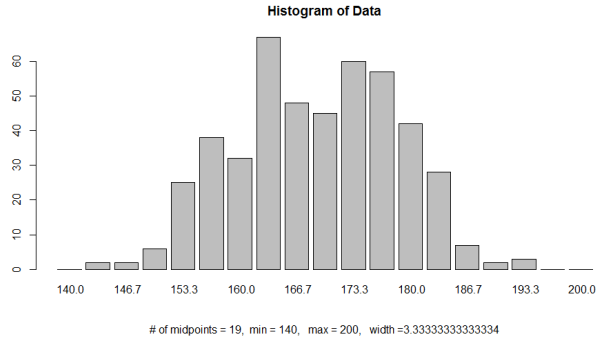
$$p_j = \frac{1}{n} f_j, \quad j = 1, 2, \ldots, k \qquad \sum_{j=1}^{k} p_j = 1$$

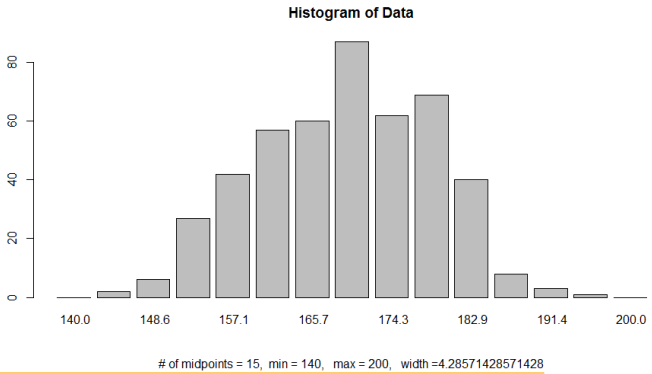
ヒストグラム

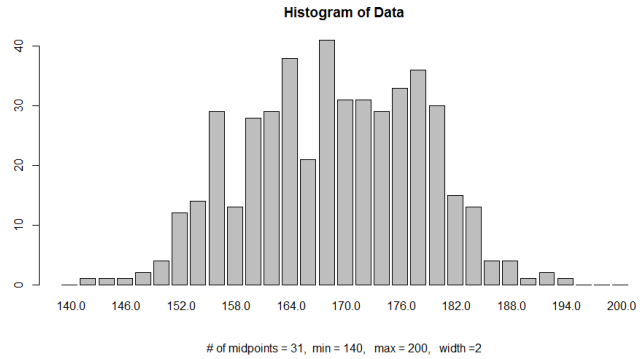

Histogram of Data
0
20
40
60
80
100
140.0
146.0
152.0
158.0
164.0
170.0
176.0
182.0
188.0
194.0
200.0
# of midpoints = 11, min = 140, max = 200, width =6


Histogram of Data
0
10
20
30
40
50
60
70
140.0
147.5
155.0
162.5
170.0
177.5
185.0
192.5
200.0
# of midpoints = 17, min = 140, max = 200, width =3.75


Histogram of Data
0
20
40
60
80
140.0
145.0
150.0
155.0
160.0
165.0
170.0
175.0
180.0
185.0
190.0
195.0
200.0
# of midpoints = 13, min = 140, max = 200, width =5


Histogram of Data
0
10
20
30
40
50
60
140.0
146.7
153.3
160.0
166.7
173.3
180.0
186.7
193.3
200.0
# of midpoints = 19, min = 140, max = 200, width =3.33333333333334


Histogram of Data
0
20
40
60
80
140.0
148.6
157.1
165.7
174.3
182.9
191.4
200.0
# of midpoints = 15, min = 140, max = 200, width =4.28571428571428


Histogram of Data
0
10
20
30
40
140.0
146.0
152.0
158.0
164.0
170.0
176.0
182.0
188.0
194.0
200.0
# of midpoints = 31, min = 140, max = 200, width =2

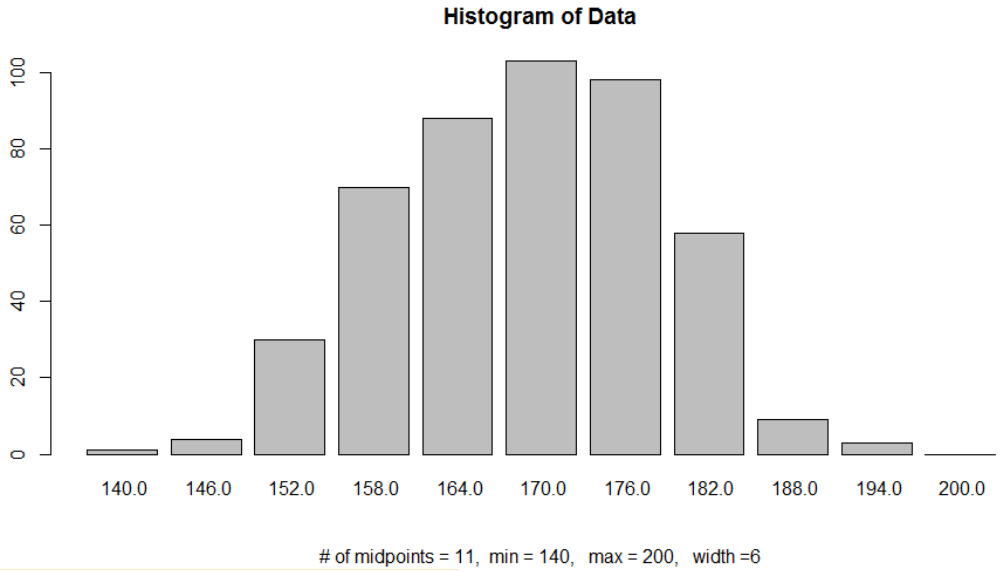
ヒストグラム

- 相対度数を用いたヒストグラムは
  母集団における連続的確率変数の
  分布を推定している。

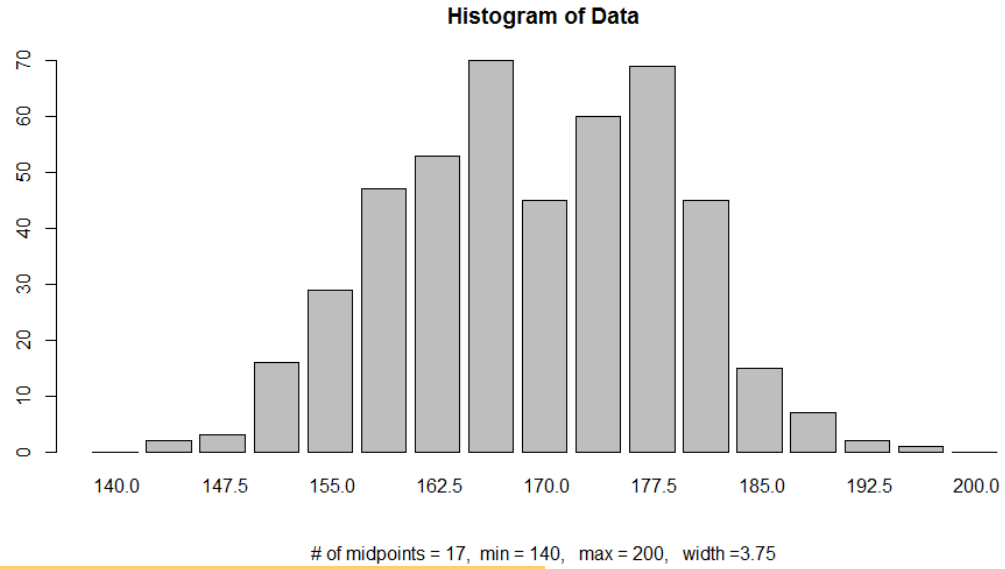
- 標本数 n を多く取り、カテゴリ数を
  増やしていけば、ヒストグラムは
  母集団分布に近づくはず。

- 最適なカテゴリ数は？
- ちょっと冗長！？

データの中心の位置



一山（単峰）の分布



二山（双峰）の分布

データの中心の位置

- 最頻値 mode
  - 頻度が最も多いカテゴリの値
- 中央値 median
  - 全データを並べ替えた時の真ん中の値
- 平均値 mean
  - ヒストグラムを下から支えて
    バランスが取れる点

点の選択に伴う損失

- 中央値

$$loss = \sum_{i=1}^{n} (y_i - c)^2 \approx \sum_{j=1}^{k} f_j (x_j - c)^2$$

- 平均値

$$loss = \sum_{i=1}^{n} |y_i - c| \approx \sum_{j=1}^{k} f_j |x_j - c|$$

平均値の計算

$$\overline{y} \quad = \quad \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \quad \approx \quad \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{k} f_j x_j \quad = \quad \sum_{j=1}^{k} p_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^{k} f_j \;=\; n$$

$$\sum_{j=1}^{k} p_j \;=\; 1$$

分布関数

- 相対累積分布関数
  - x_k より小さいデータの割合

$$F_k = \sum_{j=1}^{k} f_j \qquad P_k = \sum_{j=1}^{k} p_j$$

$$0 \leq P_k \leq 1$$

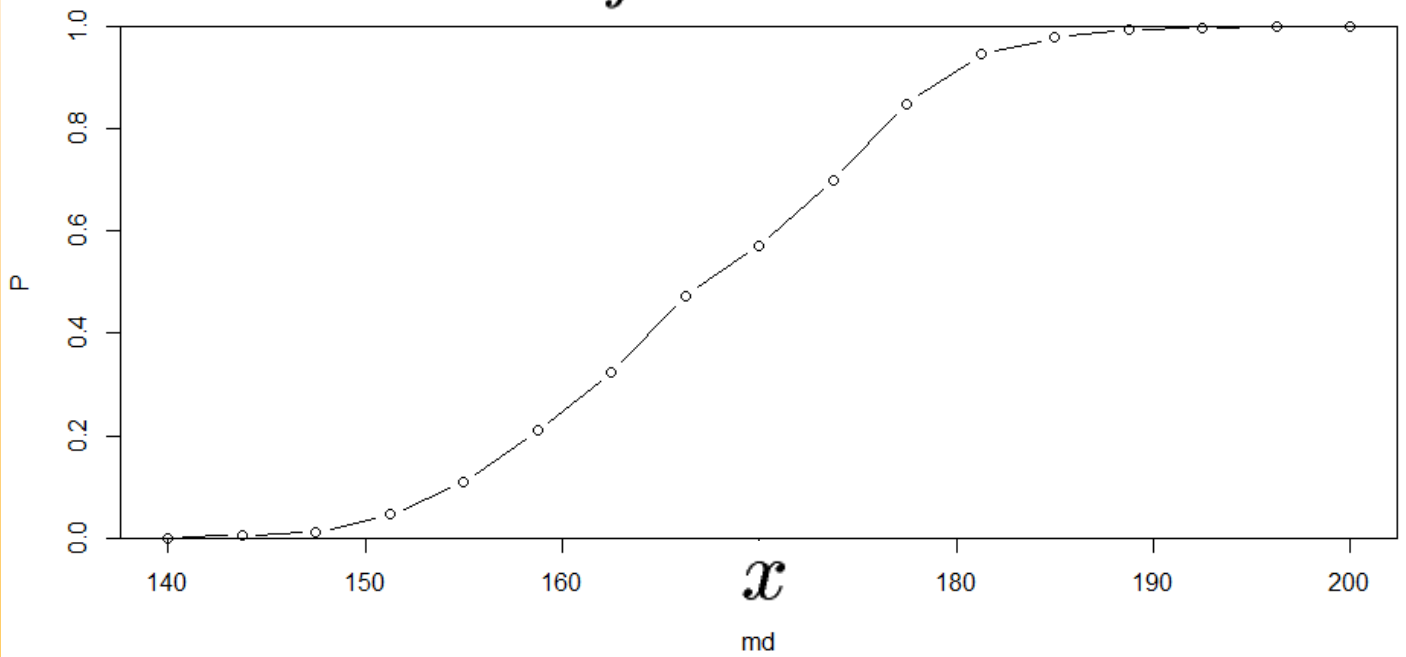
カテゴリの代表値の関数としての分布関数

$$P(x_k) = \sum_{j=1}^{k} p_j$$

分布関数

データの値（カテゴリの代表値）を与えると比率を返す関数

$$P(x_k) = \sum_{j=1}^{k} p_j$$

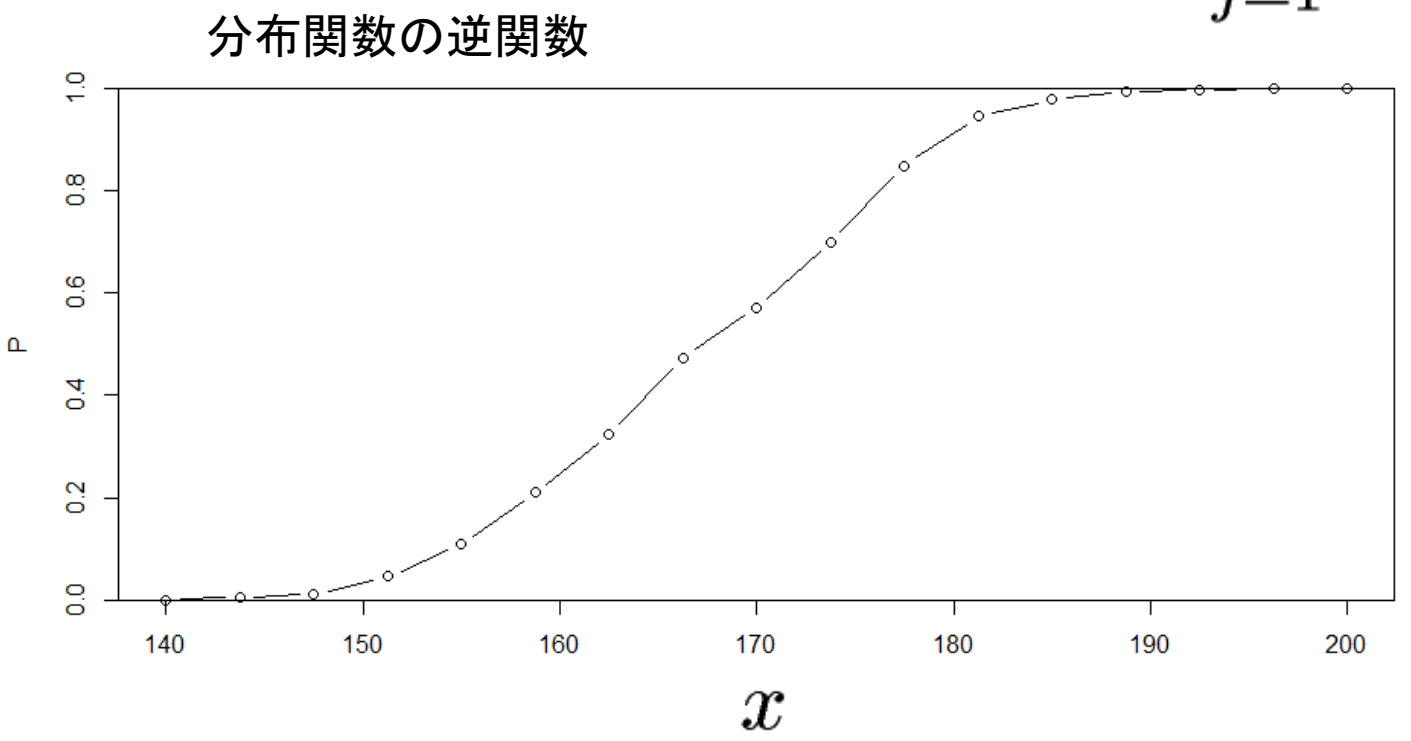


分位点

比率を与えるとデータの値を返す関数

$$x = P^{-1}(p)$$

$$P(x_k) = \sum_{j=1}^{k} p_j$$



分位点

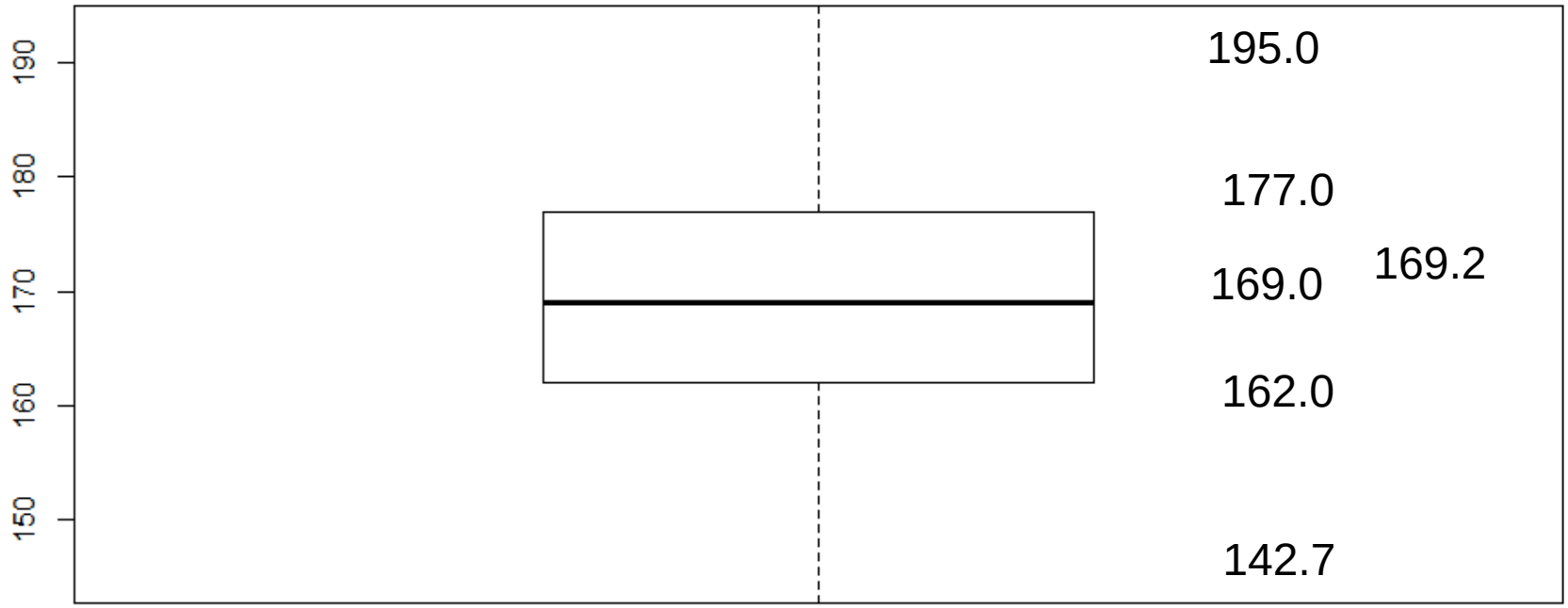
- データの分布の中で、下から
  100 x p % の位置にあるデータの値

- p の値としては
  0.10, 0.25, 0.50, 0.75, 0.90

- 四分位値 quartile

$$Q_1 = P^{-1}(0.25), \quad Q_2 = P^{-1}(0.50), \quad Q_3 = P^{-1}(0.75)$$

箱ひげ図



標準偏差 = 9.48,　　IQR = 15,　　四分位偏差 = IQR/2 = 7.5

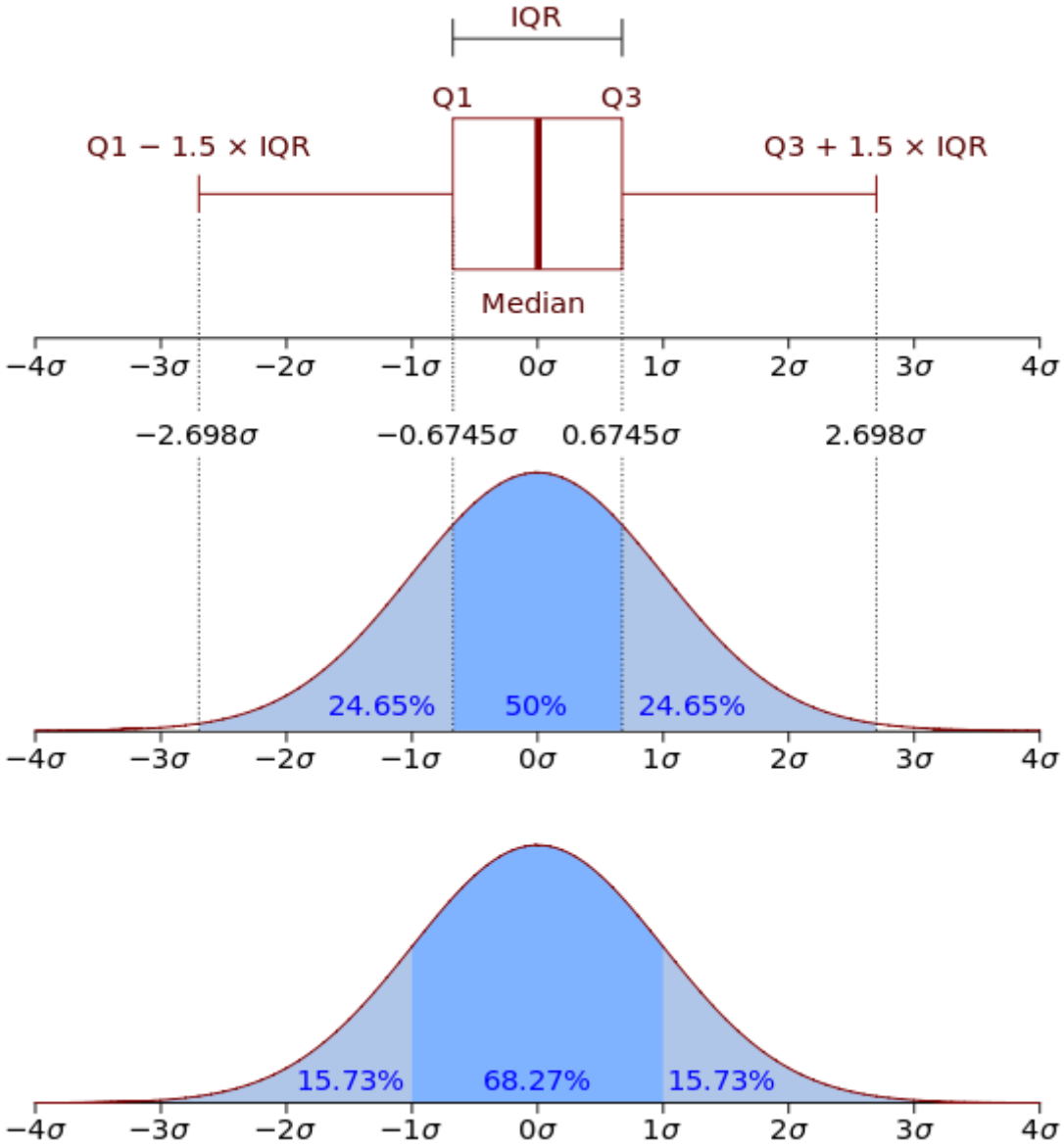
散らばり具合の指標

- 範囲　レンジ　range
  - 最大値 – 最小値
- 四分位範囲　Inter Quartile Range　IQR
  - Q_3-Q_1
- 標準偏差 = 分散　S^2 の平方根　S

$$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2 \quad \approx \quad \sum_{j=1}^{k} p_k\,(x_k - \overline{y})^2$$

$var\,(y)$　variance,　standard deviation,　sd　or　std

大体の目安



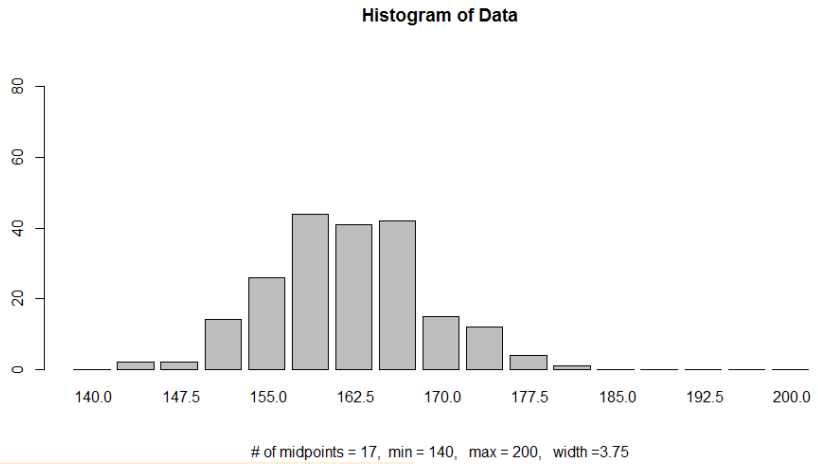
中央値±0.5 IQR = 50%

平均±1 標準偏差≈68%

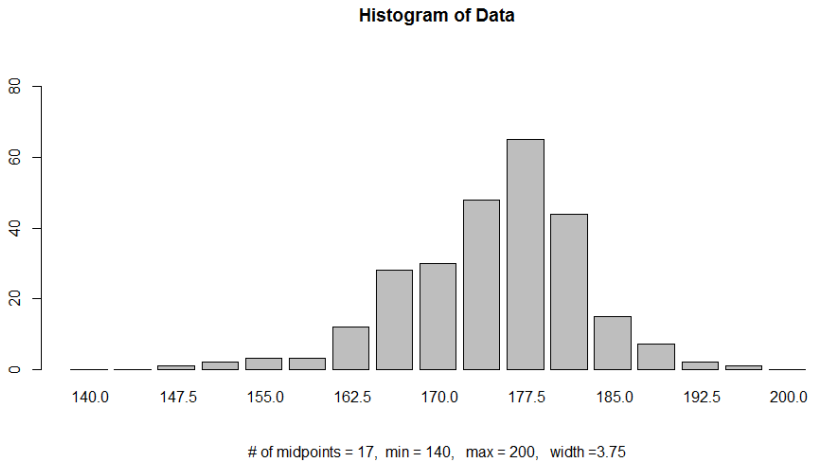
平均±2 標準偏差 ≈95%

平均±3 標準偏差≈99.7%

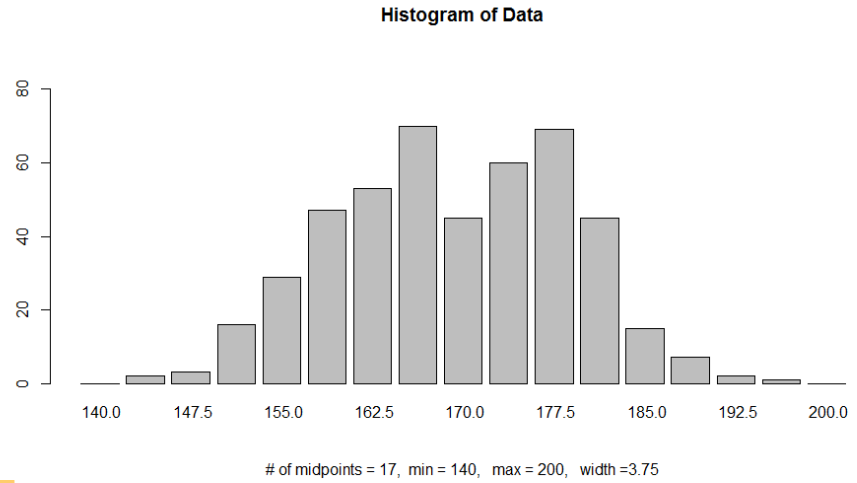
層別の分布



女性

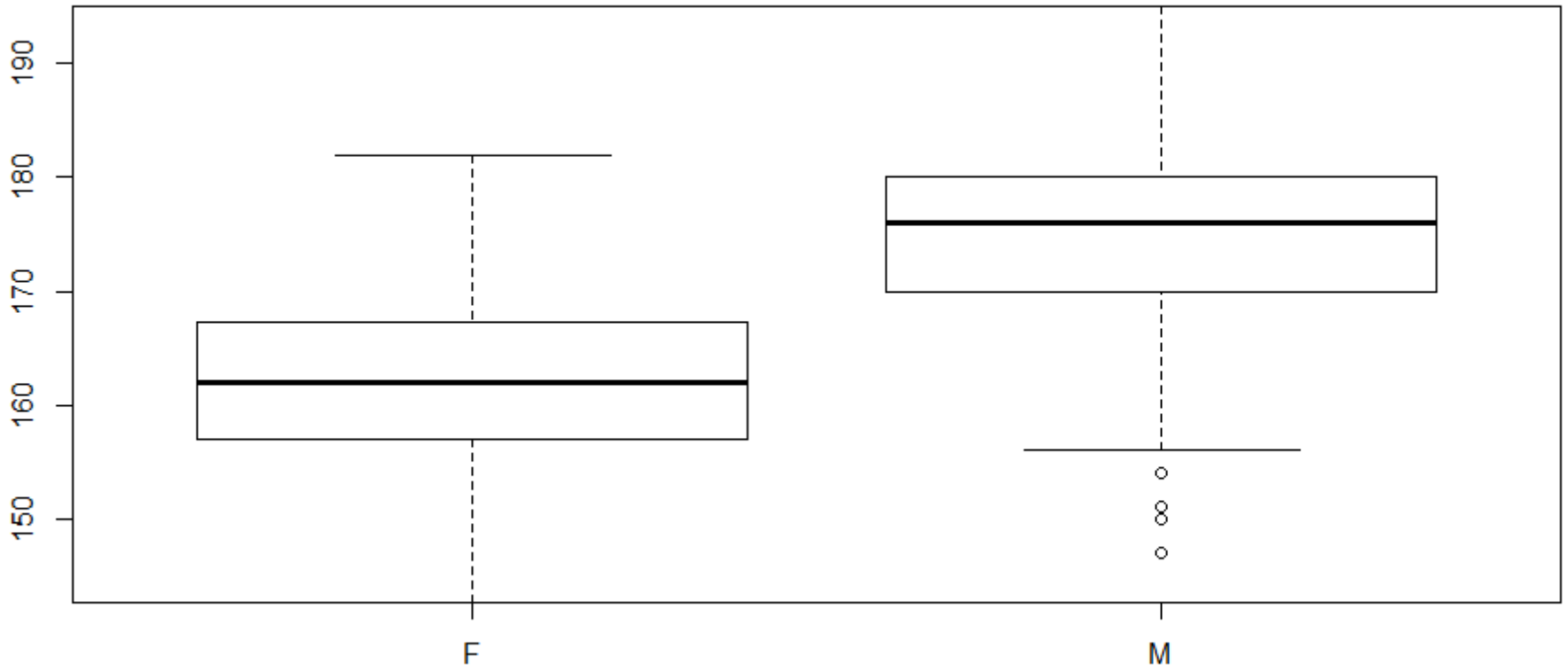


男性

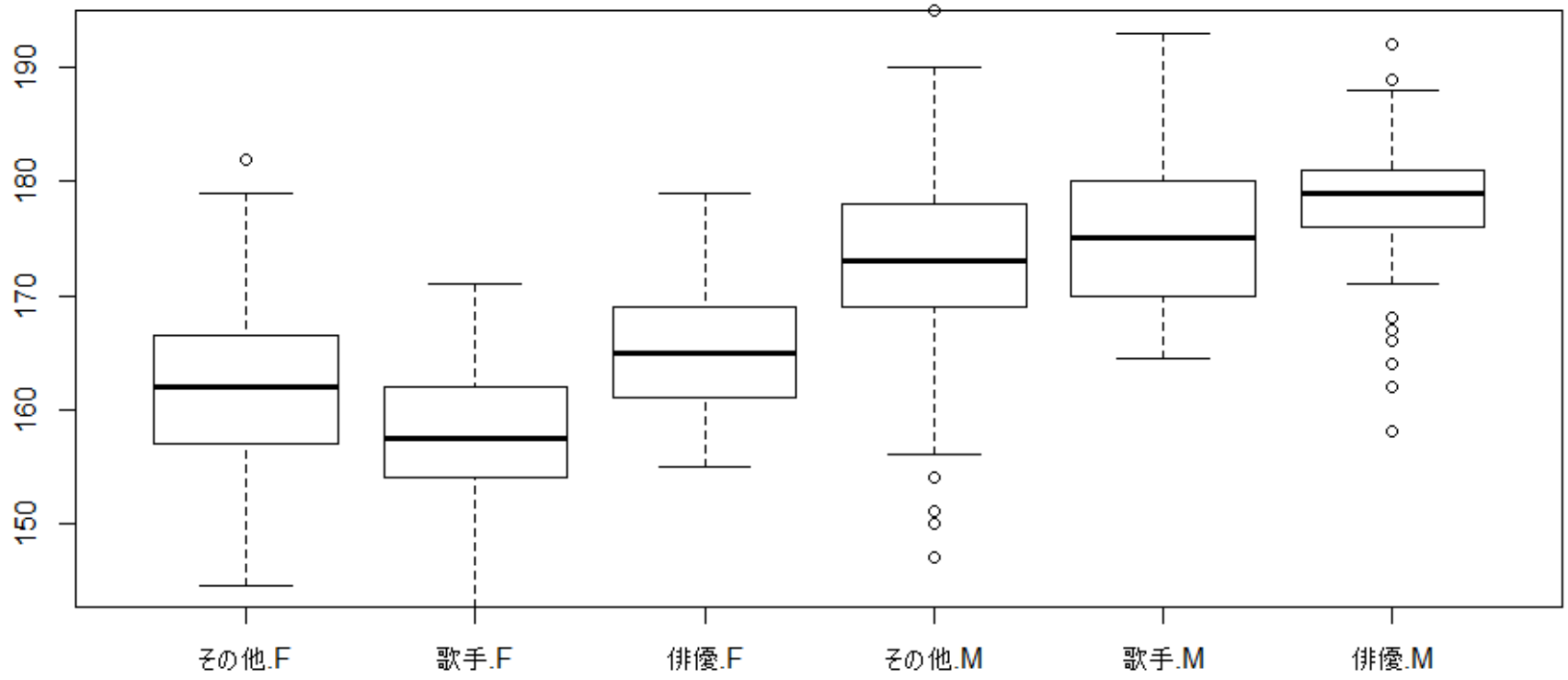


全体

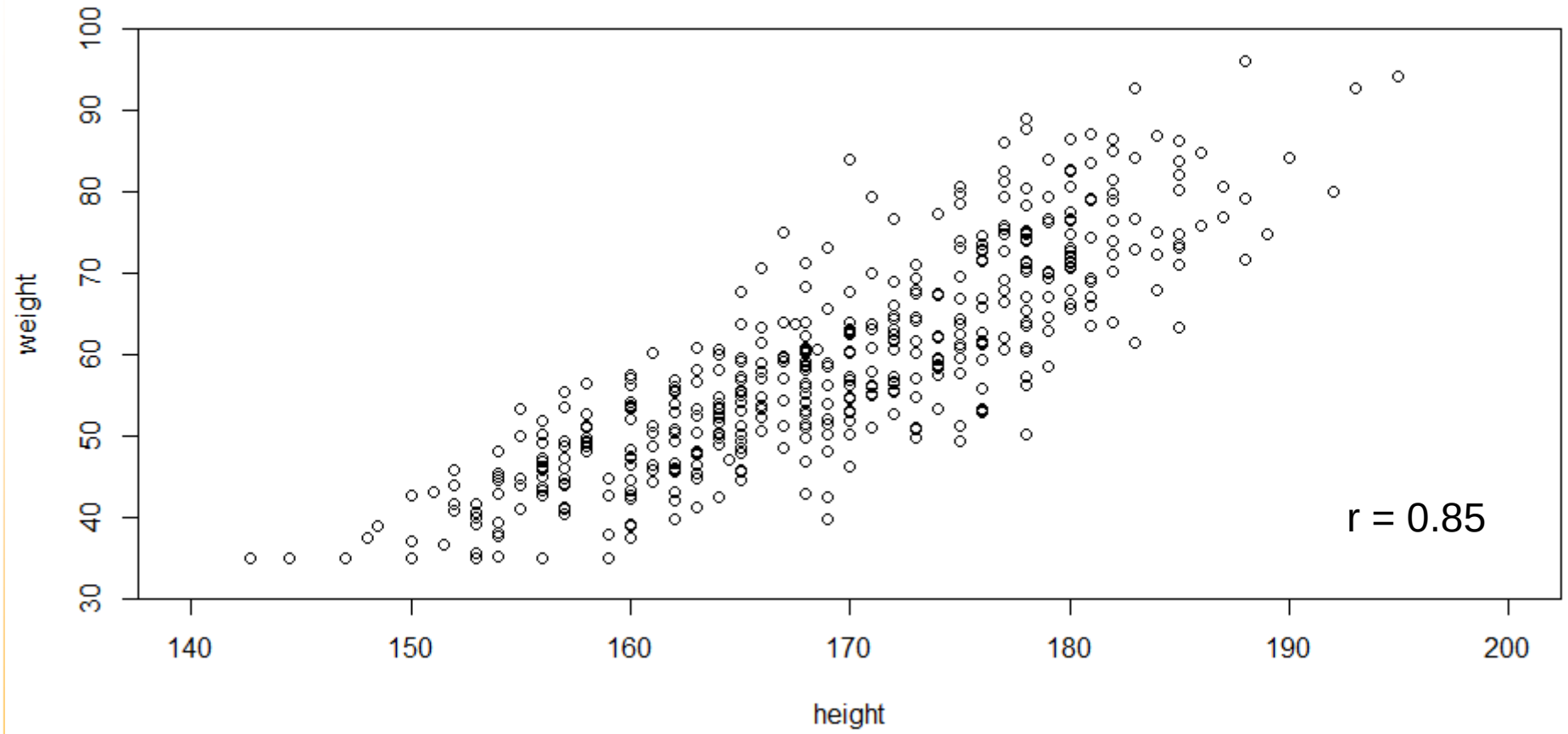
層別の分布



層別の分布



二変数のプロット：散布図



相関係数

- 共分散

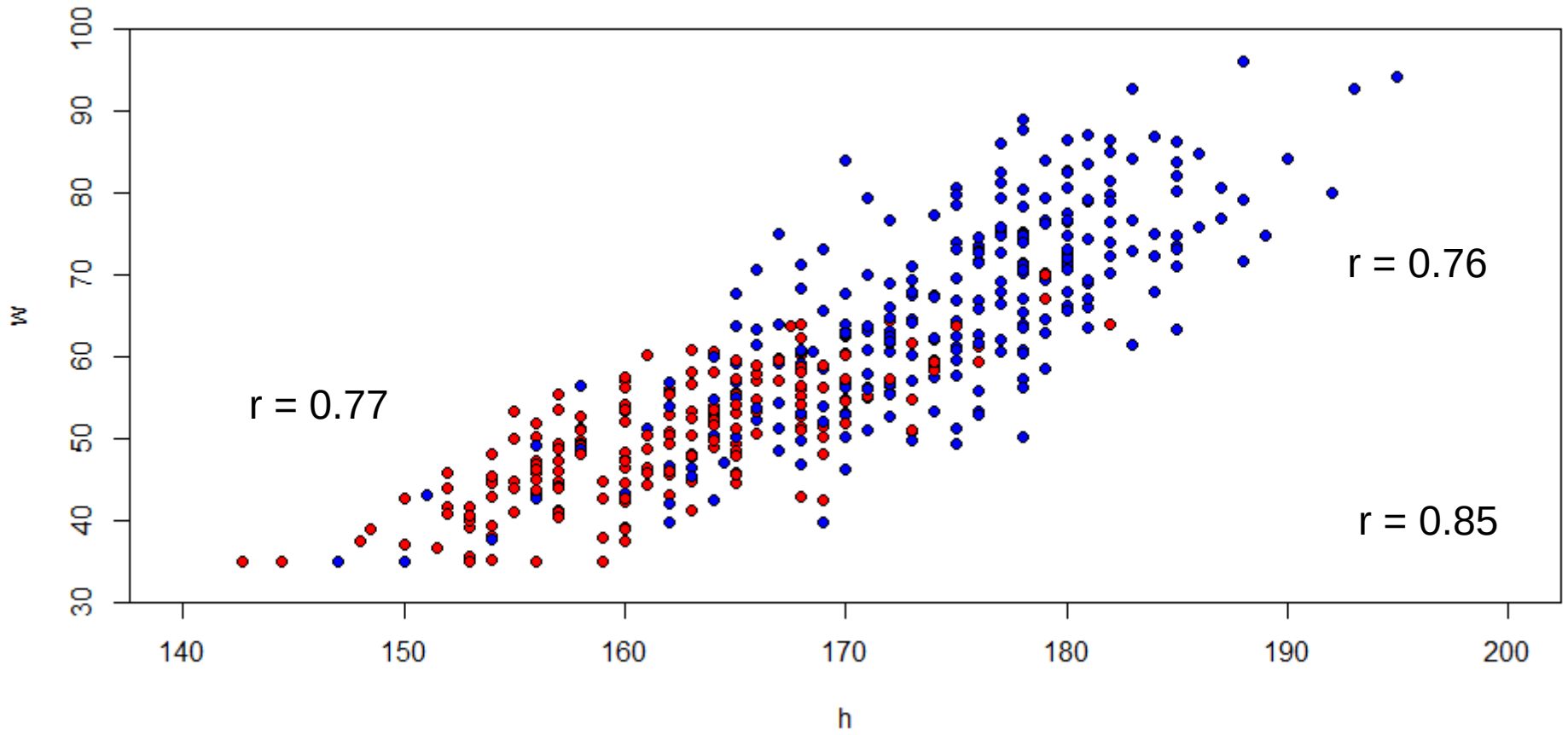
$$C_{y,z} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})(z_i - \overline{z})$$

- 相関係数

  共分散をそれぞれの標準偏差で除したもの

$$r_{y,z} = \frac{c_{y,z}}{\sqrt{var(y)var(z)}} \qquad 0 \leq r_{y,z} \leq 1$$

層別の散布図


w
h
30
40
50
60
70
80
90
100
140
150
160
170
180
190
200
r = 0.77
r = 0.76
r = 0.85